

2406

システムモデルからの階層構造抽出に応じた階層型多目的最適化手法

Hierarchical Multi-Objective Optimization Method
Based on Hierarchical Structure Extraction from System Model○正岩田 剛治^{*1}, 寺田 識史^{*2}Yoshiharu IWATA^{*1}, Satoshi TERADA^{*2}^{*1} 大阪大学 Osaka University^{*2} 大阪大学 (現 パナソニック) Osaka University (now Panasonic)

As the system becomes more complicated, the number of evaluation items to be considered when optimizing the system is increasing. In this report, we have constructed a multi-objective hierarchical optimization method corresponding to the optimization problem obtained by automatic dividing from parametric model of our proposed system to hierarchical optimization problem. At this time, we developed a method for evaluating Pareto solutions, which is essential for integrated evaluation of Pareto solutions by hierarchical multi-objective optimization. As a result, we report that a wide Pareto front can be obtained by the method which divided the optimization problem compared with the method which does not perform optimization problem division.

Key Words : System Model, System Design, Hierarchical Optimization, Automated Optimization

1. 緒 言

最適化アルゴリズムはこれまで多くの研究がなされてきたが¹⁻⁶⁾, 基本的にどのアルゴリズムも, 大規模問題に対応できているとは言い難い. 原因の1つは, 大規模問題は設計空間が大規模であるために, 目的関数値の傾向を把握し切れないためである.

この問題に対するアプローチとして, 最適化問題を複数の設計空間の比較的小さい最適化問題に分割することによって, 個々の最適化問題を解きやすくする分割型の最適化手法が注目されている.

分割型の最適化手法の中で最も多くの研究がなされているのが, 階層型最適化手法である⁷⁻¹⁰⁾. 階層型最適化手法は, 分割した最適化問題を階層的に順序立てて解いて, 元の最適化問題の最適解を導出する手法である. この階層型最適化手法には, 最適化問題をどのような観点で分割, 階層化するかという分割・階層化アルゴリズムと, 分割した複数の最適化問題からどのように最適解を導き出すかという階層型最適化アルゴリズムが必要である. 階層型最適化手法はこれまでこの2つのアルゴリズムに対して, 検討が重ねられてきた. 昨年度, 最適化問題の分割階層化の自動化アルゴリズムの構築を報告しており, 本年度は, その分割階層化された最適化問題を多目的問題においても最適化できる階層型多目的最適化手法について報告する.

2. 階層型多目的最適化手法の検討

2・1 新階層型多目的最適化手法の提案

多目的最適化問題の中に多目的最適化問題が階層化されている階層構造の場合にも, 下層の最適化問題から上層の最適化問題に渡す解はパレート解集合とじ, さらにその後, 上層の最適化問題では組み合わせ計算を行うことにした. 理由は前目で述べたものと同じである. ただし, 上層の最適化問題が多目的最適化問題の場合, 組み合わせ計算によって得られた解集合の中から抜き出すべき解は, パレート解集合である. つまり, 上層の多目的最適化問題では, 設計変数ベクトルの1入力に対して, パレート解集合の候補となる解集合(以降, この解集合をパレート候補解集合と呼ぶ)が導出されることになる. これは本研究で採用した分割・階層化アルゴリズムの

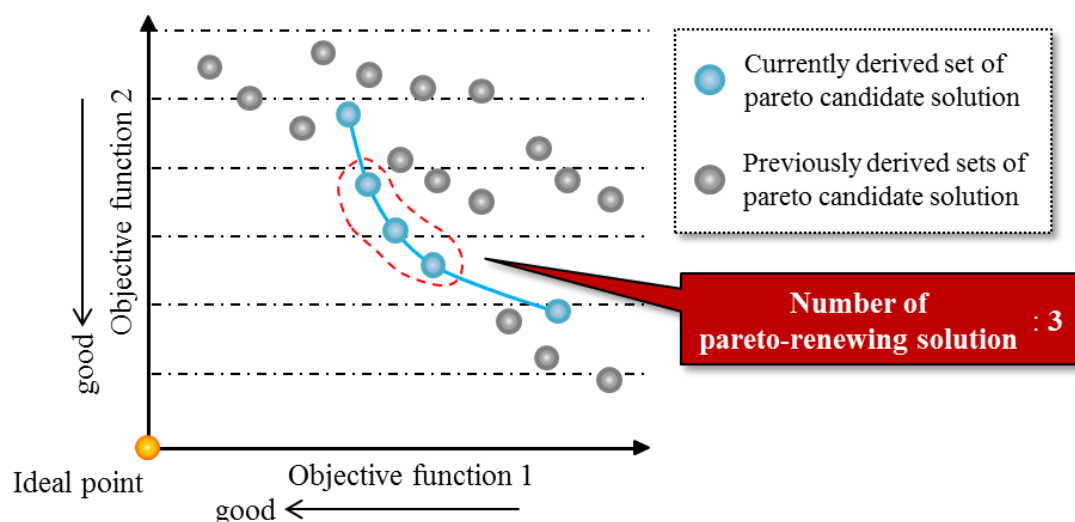


Fig. 1 Explanation of the number of pareto-renewing solutions.

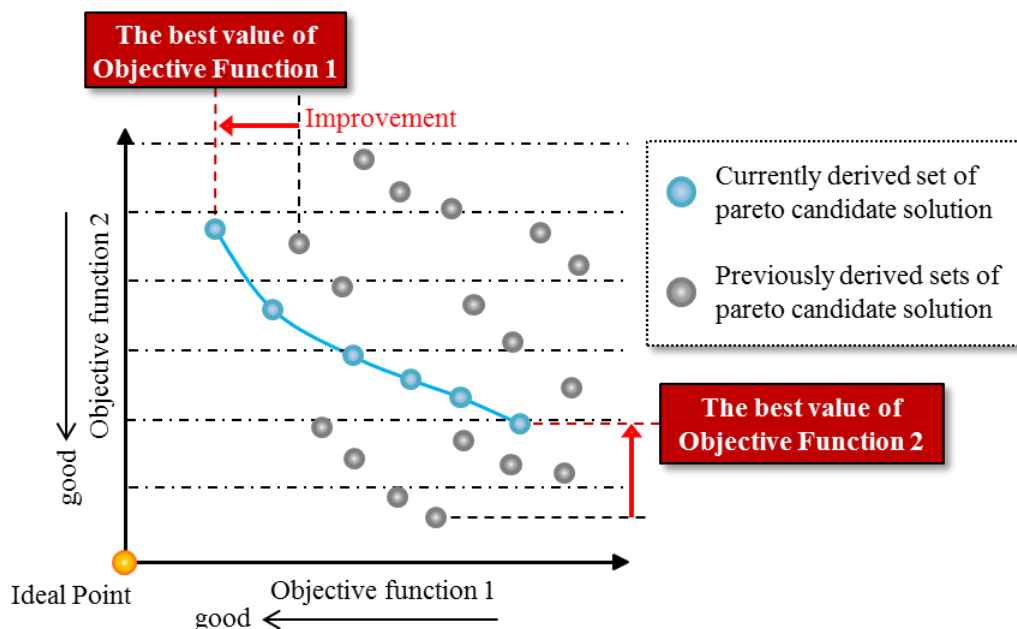


Fig. 2 Explanation of the best values of each objective functions.

特有の現象である。この場合、目的関数値を持つ解が複数あるため、最適化のフローの中の「目的関数値の評価」を行うことができない。そのため、これに代わる、パレート候補解集合を評価する手段が必要になる。

一般に多目的最適化問題では、多様で優秀なパレート解集合が要求される。この要求を解の優秀さと多様性に分けて、それぞれについて評価指標を考えた。しかし、上層の多目的最適化問題である設計変数ベクトルに対して導出されたパレート候補解集合の情報だけでは、それが優秀かどうかなど判断できない。つまり、パレート候補解集合を評価するためには、他のパレート候補解集合と比較するしか方法はない。以上のことから、上層の多目的最適化問題の繰り返し計算のある時点で導出されたパレート候補解集合は、それまでの繰り返し計算で導出されてきたパレート候補解集合を比較対象として評価を行うことにした。

まず、パレート候補解集合を構成する解の優秀さを評価する指標として、パレート更新数を設定した。これは新たに導出されたパレート候補解集合のうち、それまでに導出されたどのパレート候補解にも劣らない解がどれだけあるかを表す指標である。パレート更新数を図1に示す。図1の例では、新たに導出されたパレート候補解集合のうち3つの解が、それまでのどのパレート候補解にも劣らない。すなわち、この例では、パレート更新数

は3ということになる。このパレート更新数が大きいほど、それまでのパレート候補解集合からなる暫定的なパレート解集合が更新され、優秀な解が増えていく。

多様なパレート解集合を得るための評価指標として、各目的関数の最良値を設定した。ここでいう目的関数とは、上層の多目的最適化問題で、設計変数に対応する目的関数のことである。目的関数の最良値とは、導出されたパレート候補解集合の全ての解の目的関数値のうち、最良な目的関数値(最大化なら最大値、最小化なら最小値)のことを表す。各目的関数の最良値を図2に示す。図2の例では、新たに導出されたパレート候補解集合の目的関数1の最小値が、それまでに導出されたパレート候補解のどの解よりも最小となっている。つまり、これは暫定的なパレート解集合の端が更新され、より多様なパレート解集合が得られたことを意味する。この評価指標を全ての目的関数に対して定義することで、全ての軸方向に多様なパレート解集合を得ることができると考えられる。

以上の2種類の評価指標を、上層の多目的最適化問題の新たな目的関数として定義する。それぞれの最適化方向に関しては、パレート更新数は最大化、各目的関数の最良値は各々の目的関数に予め定義されていた最適化方向を設定する。多目的最適化問題の中に多目的最適化問題が階層化されている場合、上層の多目的最適化問題は以上のように目的関数が変化する。

以上が本研究で構築した階層型最適化アルゴリズムである。この階層型最適化アルゴリズムと前項で述べた分割・階層化アルゴリズムからなる、新たな階層型最適化手法を構築した。

2・2 新階層型多目的最適化手法に期待される効果

新階層型最適化手法の探索性能に対して期待される効果について検討する。探索性能とは、従来の最適化手法では最適解が導出できる最適化問題に対して「少ない計算回数で最適解を導き出せる性能」と、従来の最適化手法では最適解が導出することが難しい最適化問題に対して「最適解を導き出せる性能」と定義する。

新階層型最適化手法によって期待される効果を図3に示す。新階層型最適化手法に期待されるメリットは大きく2つある。一つ目のメリットは、計算回数の削減である。仮に、設計空間を全て探索する、全組み合わせ計算をすると仮定した場合、分割・階層化しない最適化問題では、最適化問題を構成する計算式を設計空間分だけ計算するため、計算回数はそれらの積によって表される。

$$S = N \times X \quad (1)$$

S : 計算回数, N : 計算式の数, X : 設計空間

一方、新階層型最適化手法によって分割・階層化された最適化問題は、分割した最適化問題を並列計算することで、見かけ上少ない計算回数分の時間経過で計算を行うことができる。また、階層化された下層の最適化問題では、計算で得られた解集合の中から最適解だけを上層に送り、残りの組み合わせ計算を行うため、ある意味で、最適化計算の途中で全体最適解になり得る解の絞り込みを行っていることになる。そのため、絞り込みによって最適解がないと判断された設計空間分の残りの計算を丸ごと省略できる。これらの効果によって、見かけ上の計算回数は以下の式のように表すことが可能である。

$$S' \cong \frac{N-N'}{D} \times X_H \times \prod_i X_{Di} + X_H \times N' \times \prod_i (\alpha_i \times X_{Di}) + C_p \quad (2)$$

S' : 新階層型最適化手法による計算回数, N' : 分割された最適化問題に含まれない計算式の数, X_H : 上層の最適化問題の設計空間, X_{Di} : 下層の分割された最適化問題の設計空間, D : 分割された最適化問題の数, α_i : 設計空間に対する最適解の割合, C_p : 最適解の絞り込みに要する計算

式2の右辺の第1項は、並列計算による見かけ上の計算回数である。第2項は、解を絞り込んだ後の計算回数である。第3項の C_p は、最適解の絞り込みに要する計算を表し、分割された最適化問題の計算回数や最適解の数に依存して増加する。しかし、この計算は、最適化の計算とは、別に並列で行うことも可能であるため、計算負荷としてはあまり大きくない。また、最適解の絞り込みに要する計算は、分割された最適化問題の数よりもそれらの総合的な設計空間に依存することから、分割が多くなってもそれほど大きく変動はしない。つまり、 C_p は、最適化問題の分割による逆効果ではあるが、それほど大きな逆効果にはならない。

式2中、 $X = X_H \times \prod_i X_{Di}$ が成り立つことから、式2は以下の式に変換できる。

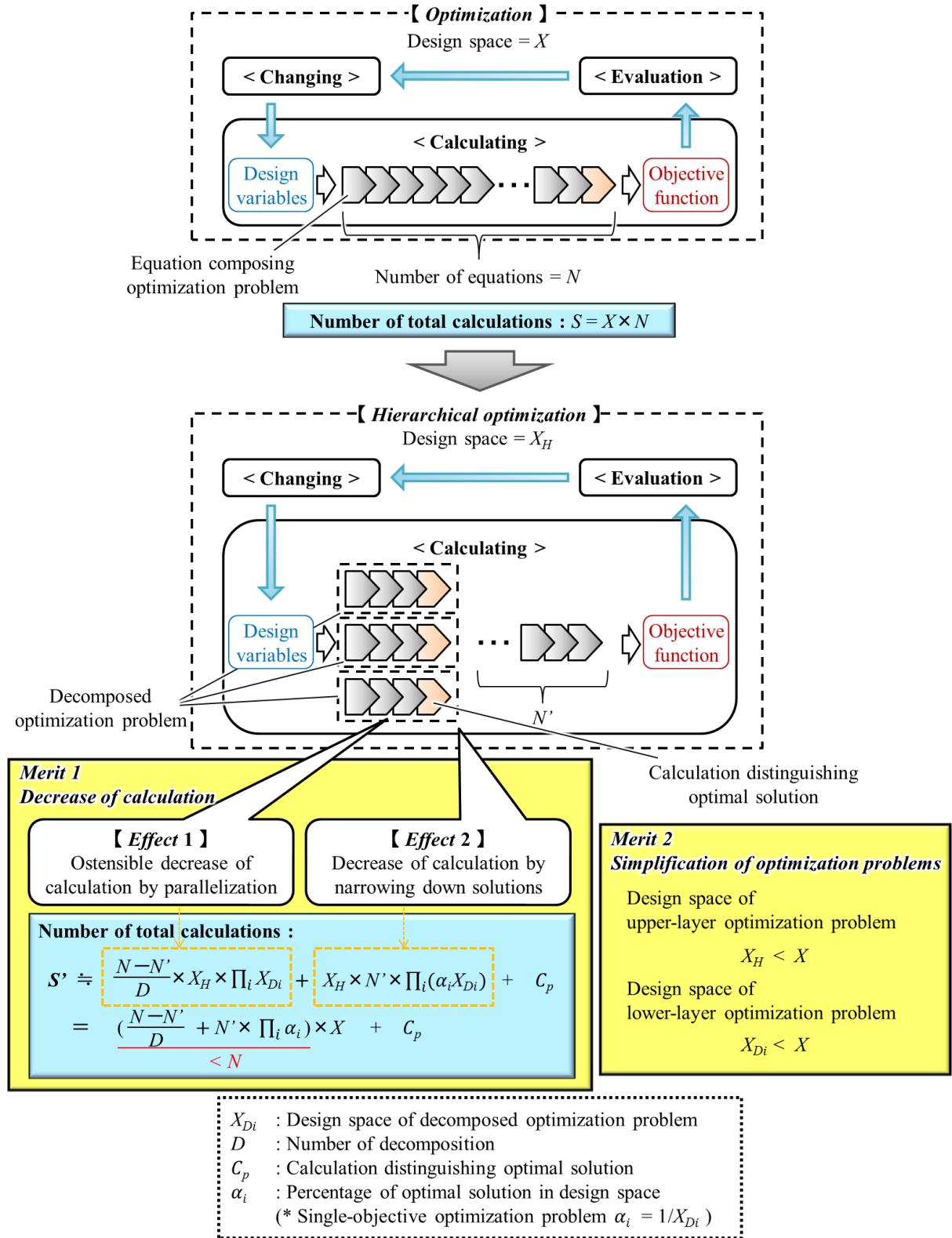


Fig. 3 Expected merits of proposal hierarchical optimization method.

$$S' \doteq \left(\frac{N-N'}{D} + N' \times \prod_i \alpha_i \right) \times X + C_p \quad (3)$$

この式3で、 α_i は、 $0 < \alpha_i \leq 1$ より、 $\prod_i \alpha_i \leq 1$ である。つまり、式3の X の係数は、必然的に計算式の数 N 以下になる。以上のことから、計算回数の傾向は図4のように表すことが可能である。図4より分かるように、設計空間が小さい最適化問題に対しては、新階層型最適化手法によって問題分割することは C_p によって逆効

果の比重が大きくなる。しかし、最適化問題の設計空間が大きくなっていくと、分割された最適化問題の最適解の絞り込みに要する計算以上に、並列計算や解の絞り込みによって計算が削減され、総合的に計算回数が減少する効果が表れる。また、最適化問題が分割できる数が多いほど、さらに大きな効果が表れる。

なお、この傾向は、全組み合わせ計算だけに言えることではなく、最適化アルゴリズムを用いた計算にも当てはまる。その場合には、式 1-3 にある X が最適化アルゴリズムによって探索された設計空間に変わるだけである。

以上が計算回数に関する新階層型最適化手法のメリットである。

もう一つの新階層型最適化手法のメリットは、分割・階層化された個々の最適化問題の設計空間が小さくなり、より簡単に最適解を導くことが可能になる点である。最適化アルゴリズム

は、設計空間が大きいほど、全体最適解が見つげづらくなり、局所最適解に収束する可能性が大きくなる。局所最適解に陥ると、最適化アルゴリズムは「探索のランダム性」の機能でしか全体最適解を見つけないため、もしそのわずかな確率で全体最適解を見つけようとした場合、膨大な計算が必要になる。そのため、最適化問題の設計空間を小さくして最適解を見つけやすくすることは、「探索のランダム性」に頼らずに全体最適解を得られる確率を上げるため、場合によっては、先に挙げたメリットによって削減される計算回数よりもはるかに膨大な計算回数の削減に繋がる可能性もある。

以上をまとめると、新階層型最適化手法には、「少ない計算回数で最適解を導き出せる性能」と「最適解を導き出せる性能」の探索性能を向上させる効果が期待できることが分かった。

3. ケーススタディによる効果の検証

3・1 数理モデルの概要

ケーススタディでは、多目的最適化問題となる数理モデルを構築した。

最適化手法の性能を評価するために一般に用いられる最適化問題は様々なものがある¹¹⁾。しかし、これらは目的関数の一つの関数だけで最適化問題が構成されており、本研究の前提である中間パラメータが存在しないため、そのままケーススタディに用いることはできない。そのため、これらの最適化問題を参考に、中間パラメータも存在する数理モデルを構築した。以下、数理モデルの詳細を述べていく。

まず、目的関数について述べる。数理モデルでは、 $F1$ と $F2$ の 2 つの目的関数を設定して、多目的最適化問題とした。それぞれ最適化方向は、 $F1$ が最大化、 $F2$ が最小化である。以下に、 $F1$ と $F2$ の導出式を示す。

$$F1 = \frac{\prod_i y_i}{\prod_i z_i} \times \left(2 - \frac{(x_0 - 80)^2}{4800} \right) \quad (4)$$

$$F2 = \frac{\sum_i z_i + 1}{\sum_i y_i + 1} \times \left(1 + \frac{(x_0 - 20)^2}{6400} \right) \quad (5)$$

x_0 : 設計変数, y_i, z_i : 中間パラメータ ($i = 1, 2, 3, 4$)

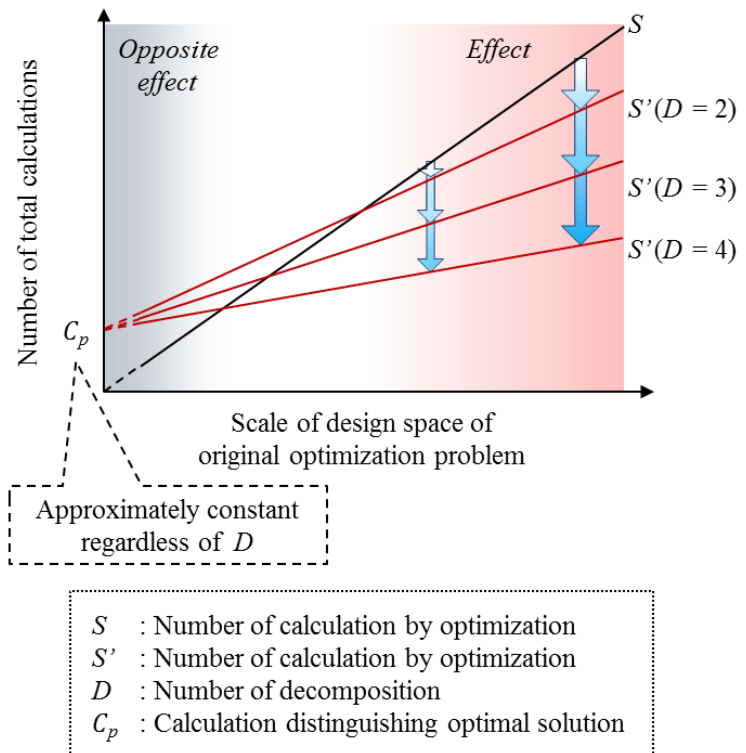


Fig. 4 Tendency of number of calculations.

この目的関数 $F1$, $F2$ に対して関係式分析を行うと、中間パラメータ y_i に最大化、 z_i に最小化の最適化方向が割り当てられ、新たな目的関数として定義される。これらの中間パラメータの導出式を以下に示す。

$$y_i =$$

$$2 \sin\left(\frac{9}{10}\pi x_0\right) - \frac{(x_i - (A_i x_0 + B_i))^2}{250000} + 6 \quad (6)$$

$$z_i =$$

$$\cos\left(\frac{9}{10}\pi x_0\right) + \frac{(x_i - (C_i x_0 + D_i))^2}{250000} + 6 \quad (7)$$

x_i : 設計変数, A_i , B_i , C_i , D_i : 定数

以上の関係式による数理モデルを構築した。設計変数とその取り得る値を、表 1 に示す。設計変数は、 x_0 , x_1 , x_2 , x_3 , x_4 の 5 つで、それらによる設計空間は 10^{15} 通りとなっている。また、 x_0 は目的関数と中間パラメータの全てに影響し、他の設計変数に相互作用を生み出している。この x_0 は、表 2 に表すように定数の値を変えることで、他の設計変数にそれぞれ異なる影響を与えている。これらに加えて、中間パラメータの導出式の第 1 項の正弦・余弦関数により、多くの局所最適解を作り出している。以上のような数理モデルによる、大規模な設計空間と多くの局所最適解を有する最適化問題を構築した。

Table 1 Design variables of mathematical model.

Design variable	Value
x_0	1, 2, 3, ..., 100
$x_i (i = 1, 2, 3, 4)$	1, 2, 3, ..., 1000

Table 2 Constant parameters of mathematical model.

Constant parameter	Value			
	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$	$i = 4$
A_i	9.9	-9.9	8.0	8.0
B_i	5	995	100	900
C_i	9.9	-9.9	8.0	8.0
D_i	0	1000	97	993

3・2 数理モデルの最適化問題の最適化の実行結果

上述した数理モデルに対して、単層最適化(分割・階層化しない最適化問題に対する最適化)と階層型最適化(自動階層型最適化手法を用いた分割・階層化された最適化問題に対する最適化)を実行した。既報の自動階層型最適化手法によって分割・階層化された最適化問題を図 5 に示す。図 5 に示すように、分割・階層化された最適化問題は、多目的最適化問題の中に多目的最適化問題が階層化されているためこの問題を用いて、階層型最適化を実行する。

3・2・1 最適化の実行条件の設定

まず、最適化の実行条件として、各最適化計算に用いる最適化アルゴリズムの設定について述べる。この数理モデルの最適化問題は、多目的最適化問題である。そのため、多目的最適化問題に対応するために開発された GA の応用アルゴリズムの中でも、最も有名で、有効性の高いアルゴリズムの一つである、Non-dominated Sorting Genetic Algorithm-2 (NSGA-2)¹²⁾を用いることにした。NSGA-2 は、多目的最適化問題に対して、多様なパレート解集合を効率よく求めるために、GA の「選択」の操作に、目的関数値の優秀さに基づいた非優越ソートと、解の多様性を重視する混雑距離ソートという評価基準を付け加えている。

本報告では最適化に IsightVer.5.3 を用いた。Isight では、NSGA-2 に対して変更を加えられるパラメータは、世代数、個体数、交叉率だけであった。数理モデルの最適化問題は、元の最適化問題と分割・階層化された最適化問題の設計空間とでは、設計空間が極端に違う。元の最適化問題の膨大な設計空間では、どのような設定がより相応しいか全く判断できないため、表 3 に示すような 3 通りの条件で最適化を実行した。ただし、Isight には、一つの最適化計算に対して、最大 100,000 回の計算しかできない既定の条件があるため、これに従い、各試行で個体数と世代数を調整した。これらの試行をそれぞれ 3 回ずつ実行する。

この最適化問題は多目的最適化問題であるため、求めるべきはパレート解集合である。結果から言うと、表 3 に示したどの設定のどの試行でも全てのパレート解集合は得られなかった。つまり、この最適化問題は、「従来の最適化手法では最適解を導出することが難しい最適化問題」と言える。したがって、今回の検証では、新階層

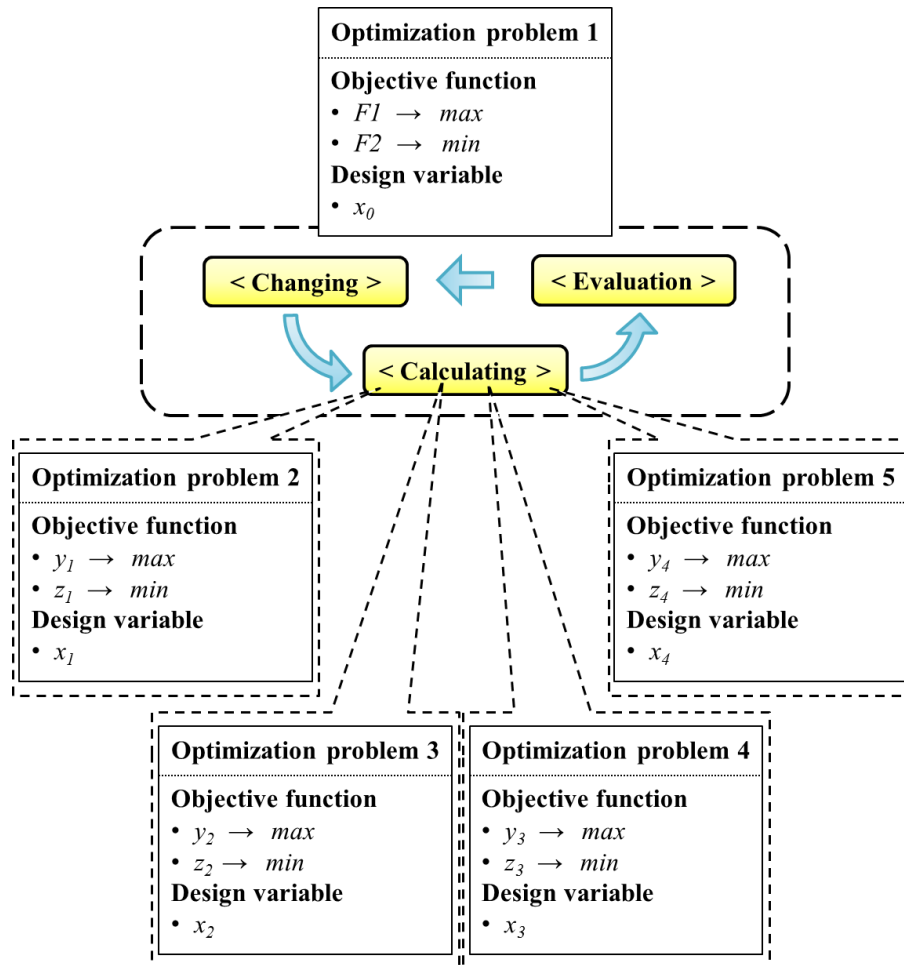


Fig. 5 The decomposed and hierarchized optimization problem of mathematical model.

Table 3 Setting item of NSGA-2 of optimizing on undecomposed optimization problem of mathematical model.

Setting item	Setting value		
	Try 1	Try 2	Try 3
Number of generations	500	1000	5000
Population size	200	100	20
Crossover rate	0.9	0.9	0.9

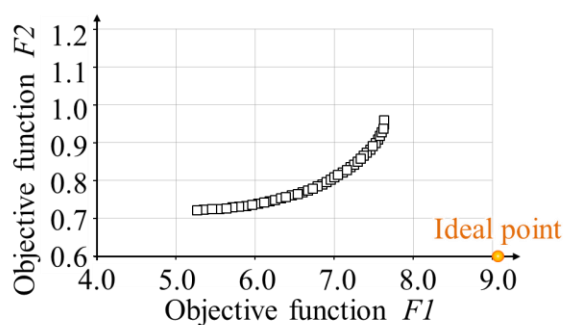
Table 4 Setting item of NSGA-2 of decomposed and hierarchized optimization problem in each layer of mathematical model.

Setting item	Setting value	
	Upper layer	Lower layer
Number of generations	∞ *	20
Population size	12	16
Crossover rate	0.99	0.9

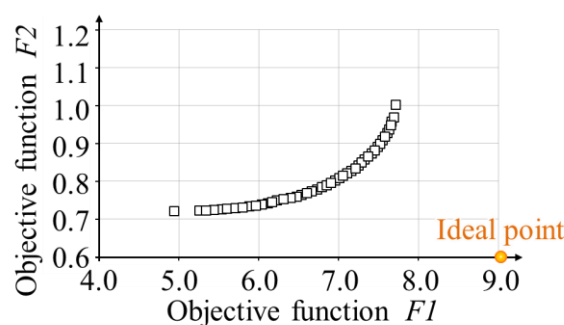
* Executing until the run time exceeds the average run time of undecomposed optimization

型最適化手法に期待される効果の内、「少ない計算回数で最適解を導き出せる性能」という探索性能ではなく、従来の最適化手法では最適解を導き出すことが難しい最適化問題に対して「最適解を導き出せる性能」の探索性能を向上させる効果の検証を行った。

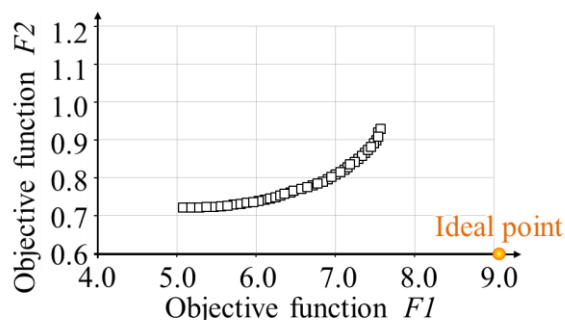
上記の単層最適化、計9回の試行でかかった時間の平均を算出したところ、8時間17分8秒であった。この時間を終了条件として設定した階層型最適化によって求められたパレート解集合と単層最適化によって得られたパレート解集合の比較を行った。階層型最適化のNSGA-2の設定は、表4に示すような設定を行った。ここで



(a) Set of pareto solutions of first optimization.



(b) Set of pareto solutions of second optimization.



(c) Set of pareto solutions of third optimization.

Fig. 6 Set of pareto solutions on 'Try 1' optimization.

は、個々の最適化問題の設計空間が十分小さいため、設計空間を超えない範囲を基準として、個体数、世代数を調整した。また、上層の最適化問題では交叉率を高めた理由は、パレート候補解集合を評価する目的関数が設定され、この目的関数の内、パレート更新数は同じ入力でも探索の経過によって値が変化するため、入力の変化の頻度を増やした方がいいと考えたためである。以上の設定の階層型最適化に対しても、3回最適化を実行し、結果の比較を行った。

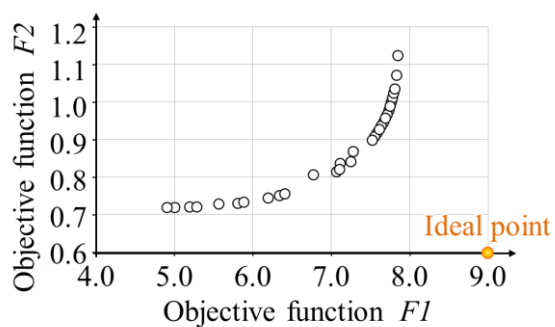
3・2・2 最適化の実行結果

まず、単層最適化の実行によって得られたパレート解集合は、試行1(世代数：500，個体数：200)，試行2(世代数：1000，個体数：100)，試行3(世代数：5000，個体数：20)ともにほとんど結果は変わらなかった。また、その結果を施行1を例に図6に示す。また、階層型最適化によって得られたパレート解集合を図7に示す。これらのパレート解集合を比較すると、単層最適化は、NSGA-2の詳細設定を変更しても、得られる解集合の傾向はほぼ変わらないことが分かる。また、階層型最適化によって得られた解集合は、単層最適化のものよりも多様なパレート解集合が導出できていることも分かる。これら全ての試行を比較すると、それぞれのパレート解集合は抜けがあり、全てのパレート解集合を導出できている試行がないことが分かる。

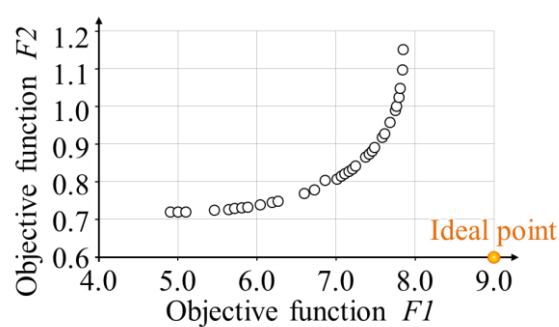
各最適化の3回の試行の中で最も多くのパレート解集合が得られたものを比較した図を図8に示す。図8を見ると一目瞭然で、階層型最適化で得られたパレート解集合が他のどのパレート解集合よりも幅広く多様であることが分かる。言い換えると、単層最適化では求めることができなかったパレート解を、自動階層型最適化手法によって導出することができた。つまり、自動階層型最適化手法によって従来の最適化手法では最適解を導出することが難しい最適化問題に対して「最適解を導き出せる性能」の探索性能が向上していることが証明できた。

3・2・3 考察

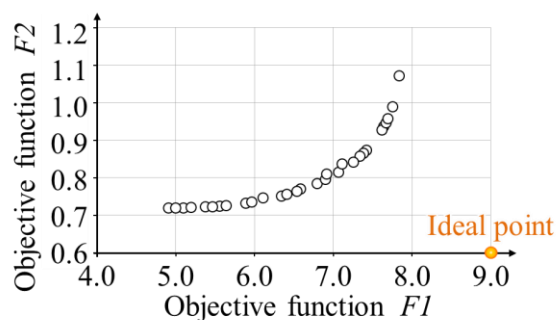
数理モデルの最適化問題では、自動階層型最適化手法によって得られたパレート解集合は、従来の最適化手法によって得られたものよりも多様であった。しかし、その反面、自動階層型最適化手法によるパレート解集合は、ところどころパレート解が欠如している部分が目立つ。従来の最適化手法ではパレート解の端が欠如しているの



(a) Set of pareto solutions of first optimization.



(b) Set of pareto solutions of second optimization.



(c) Set of pareto solutions of third optimization.

Fig. 7 Set of pareto solutions on hierarchical optimization.

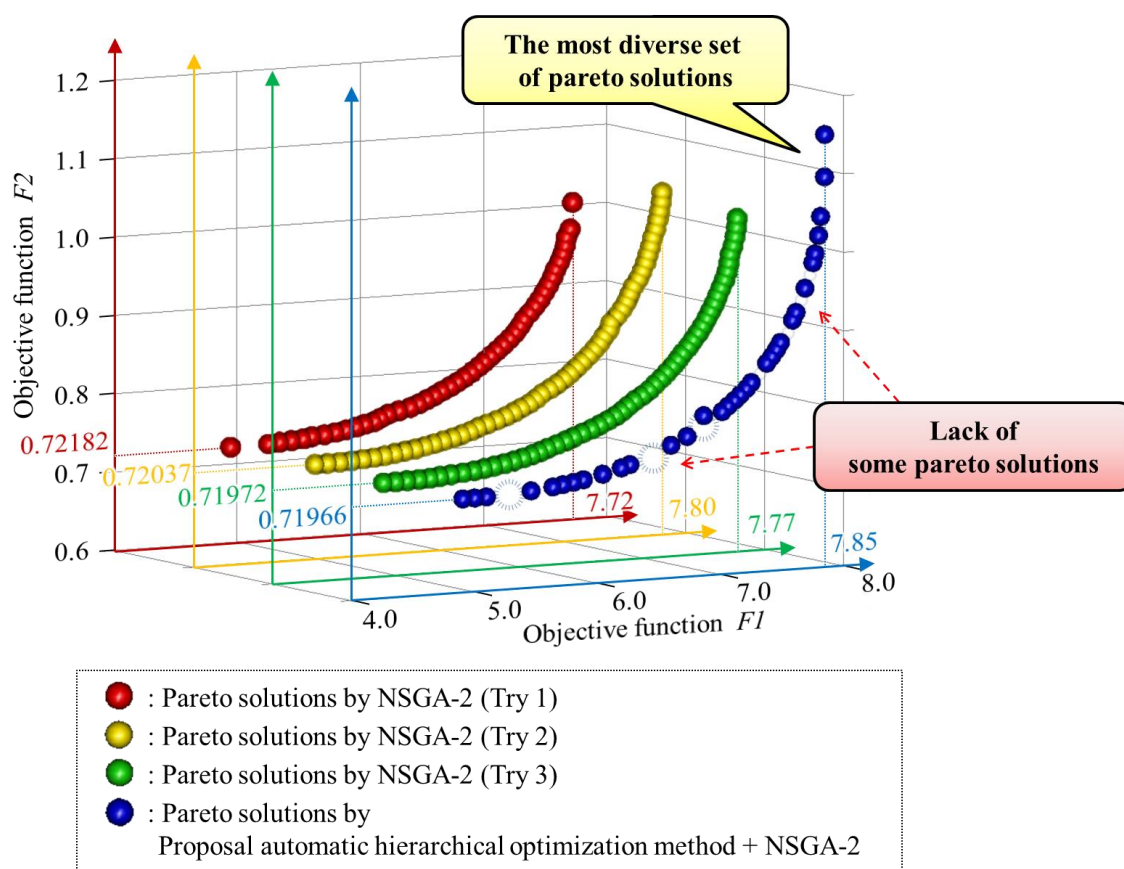


Fig. 8 Set of pareto solutions on hierarchical optimization and mono layer optimization.

に対し、自動階層型最適化手法では、パレート解の欠如が端以外に分布している。この原因は、パレート解とい

う広がりを持つ解ゆえに解候補に粗密が生まれることを想定していなかったことにあり、パレート最適解の評価に解の粗密度合いの評価を入れることによって改良されると考えているが、これは今後の研究課題である。

4. 結 言

システムモデルからの階層構造抽出に応じた階層型多目的最適化手法について、検討を行い以下の結論を得た。

- 1) 階層型多目的最適化を行う場合に必須であるパレート解の評価手法として、多様性を得るための解の広がり、パレートフロントを進めるためのパレート解更新数を用いることにより評価できることを明らかにした。
- 2) ケーススタディにおいて、階層化を行った多目的最適化は行っていない多目的最適化と比較して、パレートフロントの質としては同等の結果が得られ、パレートフロントの広がりにより広い解を得ることが可能であることを明らかにした。

文 献

- (1) N. Srinivas, Kalyanmoy Deb, "Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms", *Evolutionary Computation*, Vol. 2, No. 3, (1994), pp. 221-248
- (2) 渡邊真也, 廣安知之, 三木光範, "近傍培養型遺伝的アルゴリズムによる多目的最適化", *情報処理学会論文誌*, Vol. 43, No. SIG 10, (2002), pp. 183-198
- (3) Yu-Jun Zheng, Sheng-Yong Chen, "Cooperative particle swarm optimization for multiobjective transportation planning", *Applied Intelligence*, Vol. 39, No. 1, (2013), pp. 202-216
- (4) Whei-Min Lin, Fu-Sheng Cheng, Ming-Tong Tsay, "An Improved Tabu Search for Economic Dispatch With Multiple Minima", *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS*, Vol. 17, No. 1, (2002), pp. 108-112
- (5) Eckart Zitzler, Lothar Thiele, "An Evolutionary Algorithm for Multiobjective Optimization: The Strength Pareto Approach", *TIK-Report*, No. 43, (1998), Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK)
- (6) Eckart Zitzler, Marco Laumanns, Lothar Thiele, "SPEA2: Improving the Strength Pareto Evolutionary Algorithm", *TIK-Report* 103, (2001), Computer Engineering and Communication Networks Lab (TIK)
- (7) Hyung Min Kim, Huei Peng, Nestor F. Michelena, Tao Jiang, John R. Birge, Panos Y. Papalambros, "Target Cascading in Optimal System Design", *Transactions of the ASME*, Vol. 125, (2001)
- (8) Debiao Meng, Xiaoling Zhang, Hong-Zhong Huang, Zhonglai Wang, Huanwei Xu, "Interaction Prediction Optimization in Multidisciplinary Design Optimization Problems", *The Science World Journal*, Vol. 4, (2014)
- (9) 岩田剛治, 安村孝成, 村田秀則, 佐藤了平, "システムデザインにおける階層型多目的最適化手法の基礎的検討", *日本機械学会 第20回設計工学・システム部門講演会講演論文集*, (2010), pp. (1205-1)-(1205-6)
- (10) 小森茂明, 吉村允孝, 泉井一浩, "評価特性間の相関関係に着目した階層構造化に基づく最適化戦略", *日本機械学会 第11回設計工学・システム部門講演会講演論文集*, (2001), pp. 90-93
- (11) Xin-She Yang, "Test Problems in Optimization", *Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Applications*, John Wiley & Sons, (2010)
- (12) Kalyanmoy Deb, Samir Agrawal, Amrit Pratap, T. Meyarivan, "A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-2", *Kanpur Genetic Algorithms Laboratory (KanGAL) Report No. 200001*, Indian Institute of Technology Kanpur, Kanpur, PIN 208 016, India, (2000)