# ハンドリング工学特論

大阪大学大学院 工学研究科 マテリアル生産科学専攻
システムインテグレーション講座
生産システムインテグレーション領域
若松　栄史

# コンプライアンス

# コンプライアンスとは①

人間が物体をハンドリングする場合：

物体を柔らかく保持する（人間の皮膚や関節が柔軟なため）ことにより、物体に過大な力が作用するのを防ぎ、接触力に応じて物体を適用的に位置決めする

物体に作用する力に応じて手の位置を適応的に補正する運動：

コンプライアント運動（compliant motion）

物体に作用する力と手の補正的な変位との関係：

コンプライアンス（compliance）

→バネで支えられた物体として用いてモデル化できる

# コンプライアンスとは②

compliant

- The act of complying with a wish, request, or demand
- A disposition or tendency to yield to the will of others
- Extension or displacement of a loaded structure per unit load
- Flexibility

The American Heritage Dictionary of the English Language, Fourth Edition

「コンプライアンス」とは「柔らかさ」を表すものである

- 人間の皮膚の柔らかさ→物理的な柔らかさ
- 人間の関節の柔らかさ→制御的な柔らかさ

$$f = k\Delta x \Leftrightarrow \Delta x = \boxed{\frac{1}{k}} f$$

# 電子部品の自動挿入機


MAINTENANCE RECORD.
Lack of lubrication may prevent the machine from normal operation.

# 8章での内容

- スカラロボット：

部品の挿入において、平面内の位置決め誤差を吸収できる

→ 水平方向と垂直方向のコンプライアンスが異なる

→ コンプライアンスの求め方

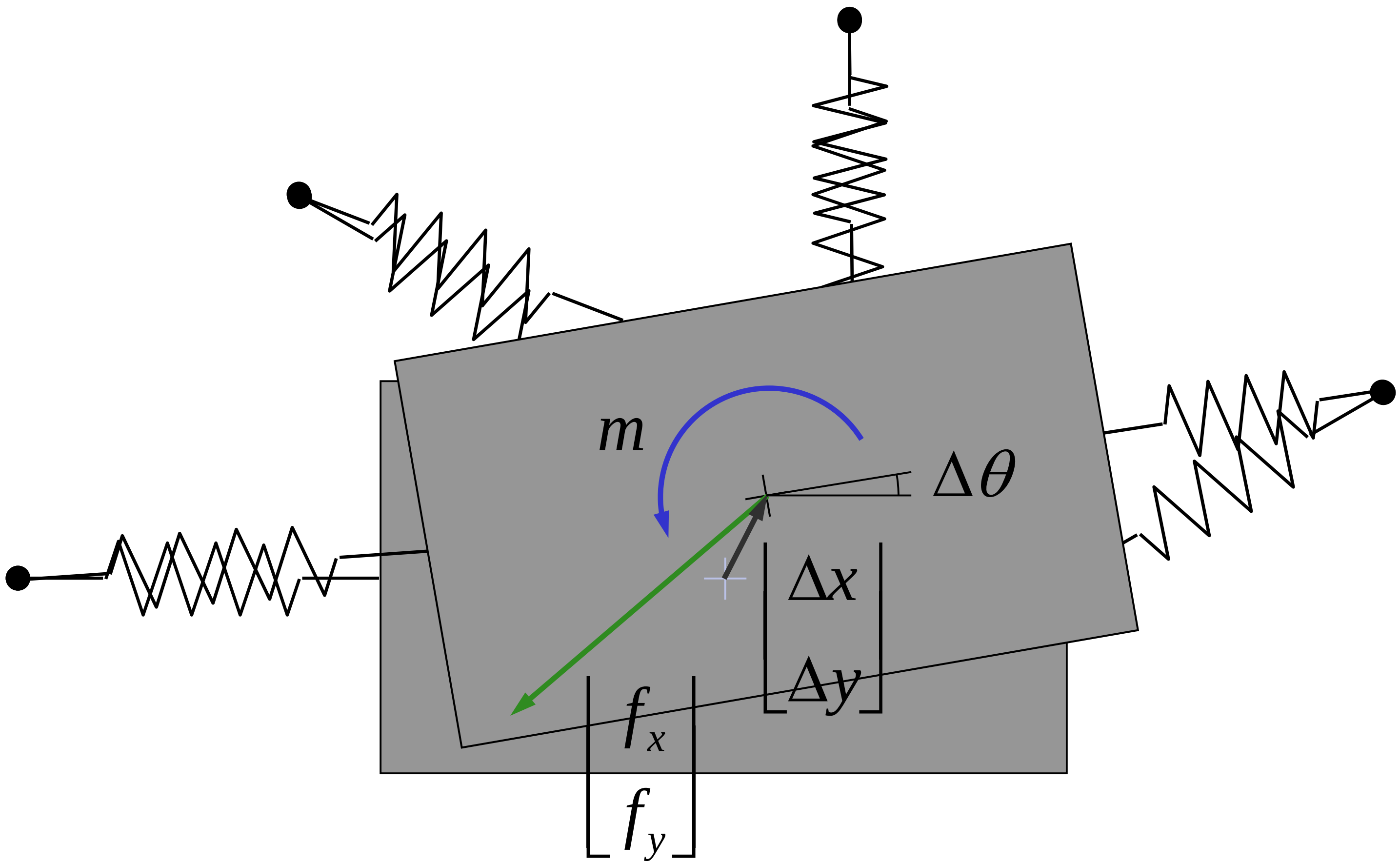
- RCCハンド：

部品の挿入において、位置決め誤差と姿勢誤差の双方を吸収できる

→ 部品の先端にコンプライアンスセンターを配置

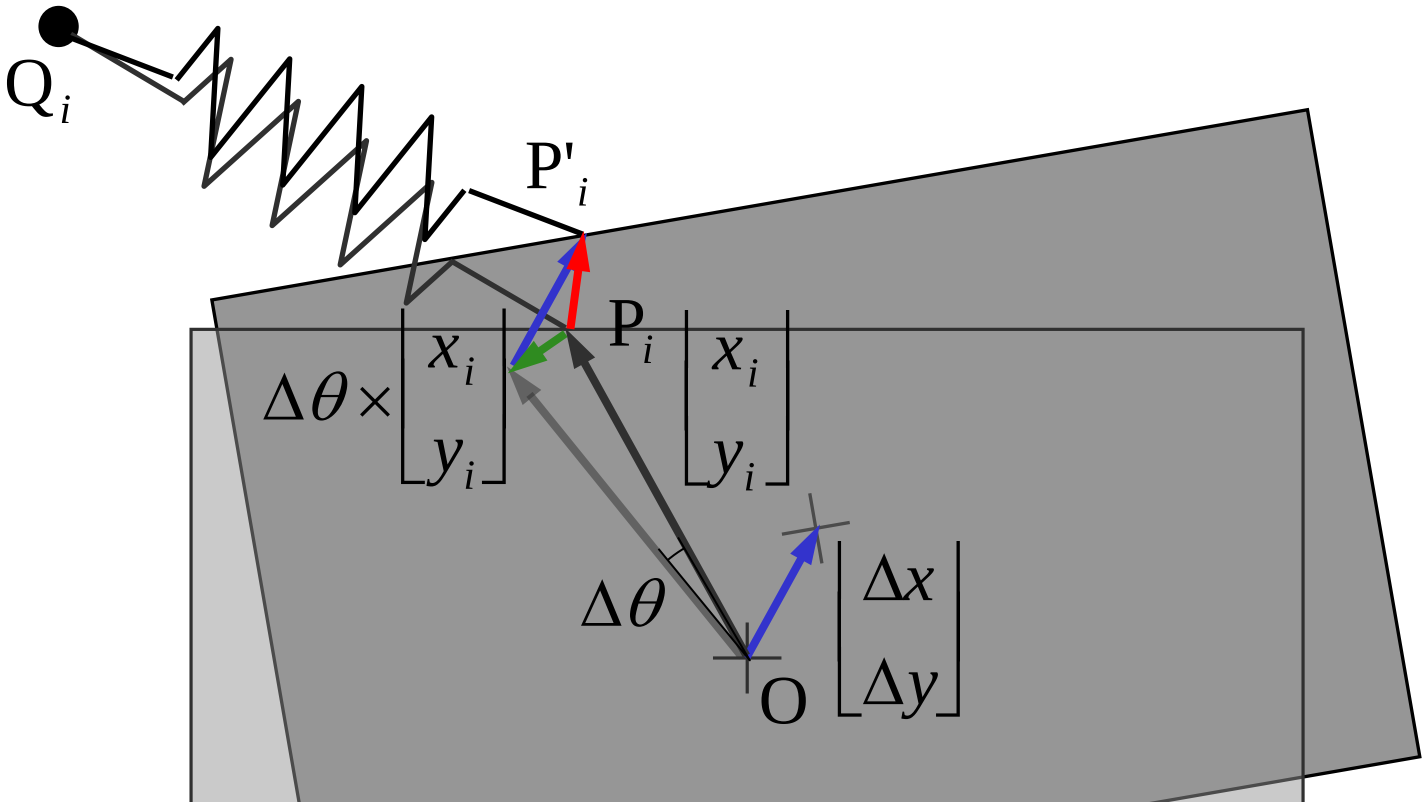
→ コンプライアンスセンターの求め方

# バネで支えられている剛体の変位



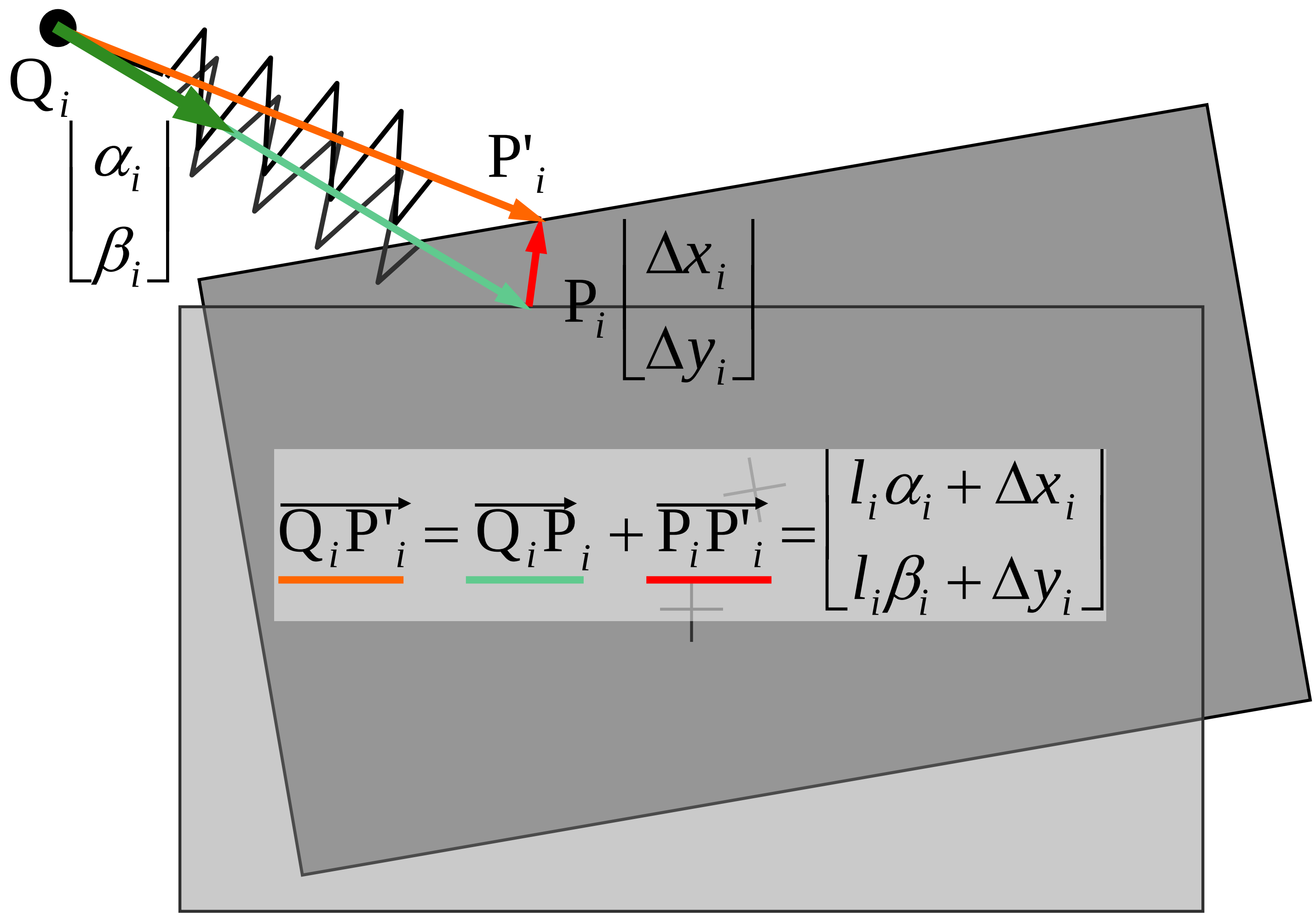

$\Delta x, \Delta y, \Delta\theta$ は微小量であると仮定

# バネと剛体の接続点の変位



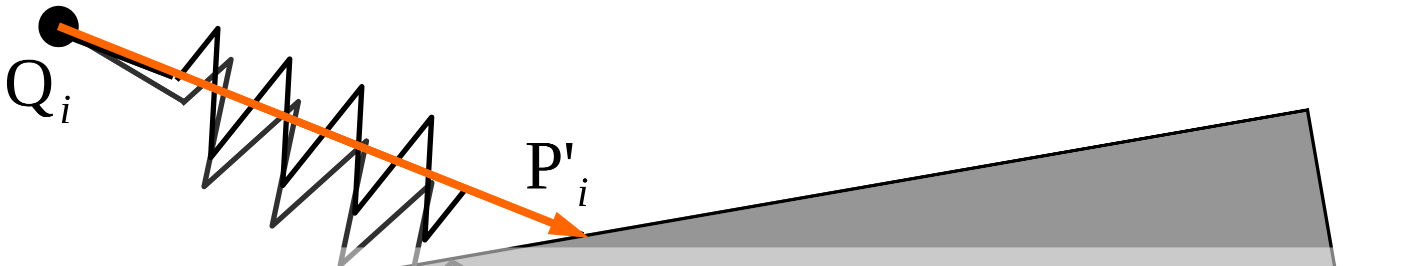

$$\overrightarrow{P_iP_i'} = \begin{bmatrix} \Delta x_i \\ \Delta y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + \Delta\theta \times \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x - y_i \Delta\theta \\ \Delta y + x_i \Delta\theta \end{bmatrix}$$

# バネの変位




$$\overrightarrow{Q_iP'_i} = \overrightarrow{Q_iP_i} + \overrightarrow{P_iP'_i} = \begin{bmatrix} l_i\alpha_i + \Delta x_i \\ l_i\beta_i + \Delta y_i \end{bmatrix}$$

# バネの伸び




$$\overrightarrow{\mathrm{Q}_i\mathrm{P'}_i} = \overrightarrow{\mathrm{Q}_i\mathrm{P}_i} + \overrightarrow{\mathrm{P}_i\mathrm{P'}_i} = \begin{bmatrix} l_i\alpha_i + \Delta x_i \\ l_i\beta_i + \Delta y_i \end{bmatrix}$$

$$(l_i + \Delta l_i)^2 = (l_i\alpha_i + \Delta x_i)^2 + (l_i\beta_i + \Delta y_i)^2$$

高次の微小量 $\Delta l_i^{\ 2}, \Delta x_i^{\ 2}, \Delta y_i^{\ 2}$ を無視すると

$$l_i^{\ 2} + 2l_i\Delta l_i = l_i^{\ 2}\alpha_i^{\ 2} + 2l_i\alpha_i\Delta x_i + l_i^{\ 2}\beta_i^{\ 2} + 2l_i\beta_i\Delta y_i$$

$$\Delta l_i = \alpha_i\Delta x_i + \beta_i\Delta y_i$$

$$\Delta l_i = \alpha_i\Delta x + \beta_i\Delta y + (x_i\beta_i - y_i\alpha_i)\Delta\theta$$

# バネのポテンシャルエネルギー

バネ$i$の伸び:

$$\Delta l_i = \alpha_i \Delta x + \beta_i \Delta y + (x_i \beta_i - y_i \alpha_i)\Delta\theta$$

バネ$i$のポテンシャルエネルギー:

$$U_i = \frac{1}{2} k_i (\Delta l_i)^2$$

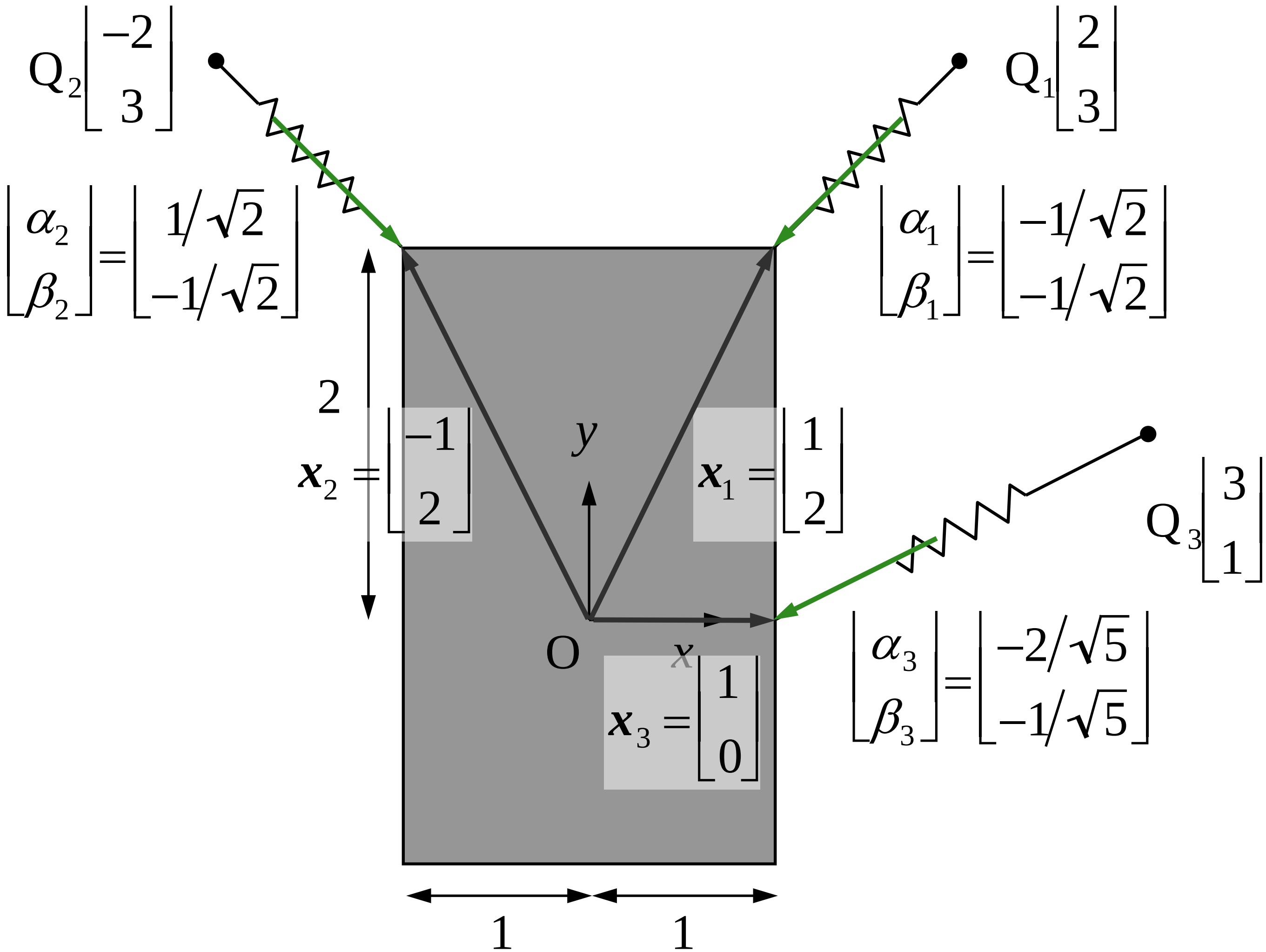
系全体のポテンシャルエネルギー:

$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_n$$

外力／モーメントはバネによる力とつり合っているので

$$f_x = \frac{\partial U}{\partial \Delta x},\ f_y = \frac{\partial U}{\partial \Delta y},\ m = \frac{\partial U}{\partial \Delta\theta}$$

# 三本のバネで支えられている剛体の例



# バネの伸びとポテンシャルエネルギー

$$\Delta l_i = \alpha_i \Delta x + \beta_i \Delta y + (x_i \beta_i - y_i \alpha_i)\Delta\theta$$ より

$$\Delta l_1 = \frac{-1}{\sqrt{2}}\Delta x + \frac{-1}{\sqrt{2}}\Delta y + \frac{1}{\sqrt{2}}\Delta\theta$$

$$\Delta l_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\Delta x + \frac{-1}{\sqrt{2}}\Delta y + \frac{-1}{\sqrt{2}}\Delta\theta$$

$$\Delta l_3 = \frac{-2}{\sqrt{5}}\Delta x + \frac{-1}{\sqrt{5}}\Delta y + \frac{-1}{\sqrt{5}}\Delta\theta$$

ポテンシャルエネルギー: $U = \frac{5}{2}\left(\Delta l_1^2 + \Delta l_2^2 + \Delta l_3^2\right)$

$$f_x = \frac{\partial U}{\partial \Delta x} = ?,\ f_y = \frac{\partial U}{\partial \Delta y} = ?,\ m = \frac{\partial U}{\partial \Delta\theta} = ?$$

# バネの伸びの変位による偏微分

$$\frac{\partial}{\partial \Delta x}\Delta l_1^2 = 2\Delta l_1 \frac{\partial \Delta l_1}{\partial \Delta x} = 2\cdot\frac{-1}{\sqrt{2}}\cdot\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\Delta x + \frac{-1}{\sqrt{2}}\Delta y + \frac{1}{\sqrt{2}}\Delta\theta\right)$$

$$= \Delta x + \Delta y - \Delta\theta$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta x}\Delta l_2^2 = 2\Delta l_2 \frac{\partial \Delta l_2}{\partial \Delta x} = 2\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\Delta x + \frac{-1}{\sqrt{2}}\Delta y + \frac{-1}{\sqrt{2}}\Delta\theta\right)$$

$$= \Delta x - \Delta y - \Delta\theta$$

$$\frac{\partial}{\partial \Delta x}\Delta l_3^2 = 2\Delta l_3 \frac{\partial \Delta l_3}{\partial \Delta x} = 2\cdot\frac{-2}{\sqrt{5}}\cdot\left(\frac{-2}{\sqrt{5}}\Delta x + \frac{-1}{\sqrt{5}}\Delta y + \frac{-1}{\sqrt{5}}\Delta\theta\right)$$

$$= \frac{8}{5}\Delta x + \frac{4}{5}\Delta y + \frac{4}{5}\Delta\theta$$

# 力／モーメントと変位との関係

$k = 5$　とすると

$$f_x = \frac{\partial U}{\partial \Delta x} = \frac{5}{2}\left(\frac{18}{5}\Delta x + \frac{4}{5}\Delta y - \frac{6}{5}\Delta\theta\right) = 9\Delta x + 2\Delta y - 3\Delta\theta$$

同様にして　$f_y = \dfrac{\partial U}{\partial \Delta y} = 2\Delta x + 6\Delta y + \Delta\theta$

$$m = \frac{\partial U}{\partial \Delta\theta} = -3\Delta x + \Delta y + 6\Delta\theta$$

$$\therefore \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ m \end{bmatrix} = \underline{\begin{bmatrix} 9 & 2 & -3 \\ 2 & 6 & 1 \\ -3 & 1 & 6 \end{bmatrix}} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta\theta \end{bmatrix}$$

剛性行列（stiffness matrix）

# コンプライアンス行列

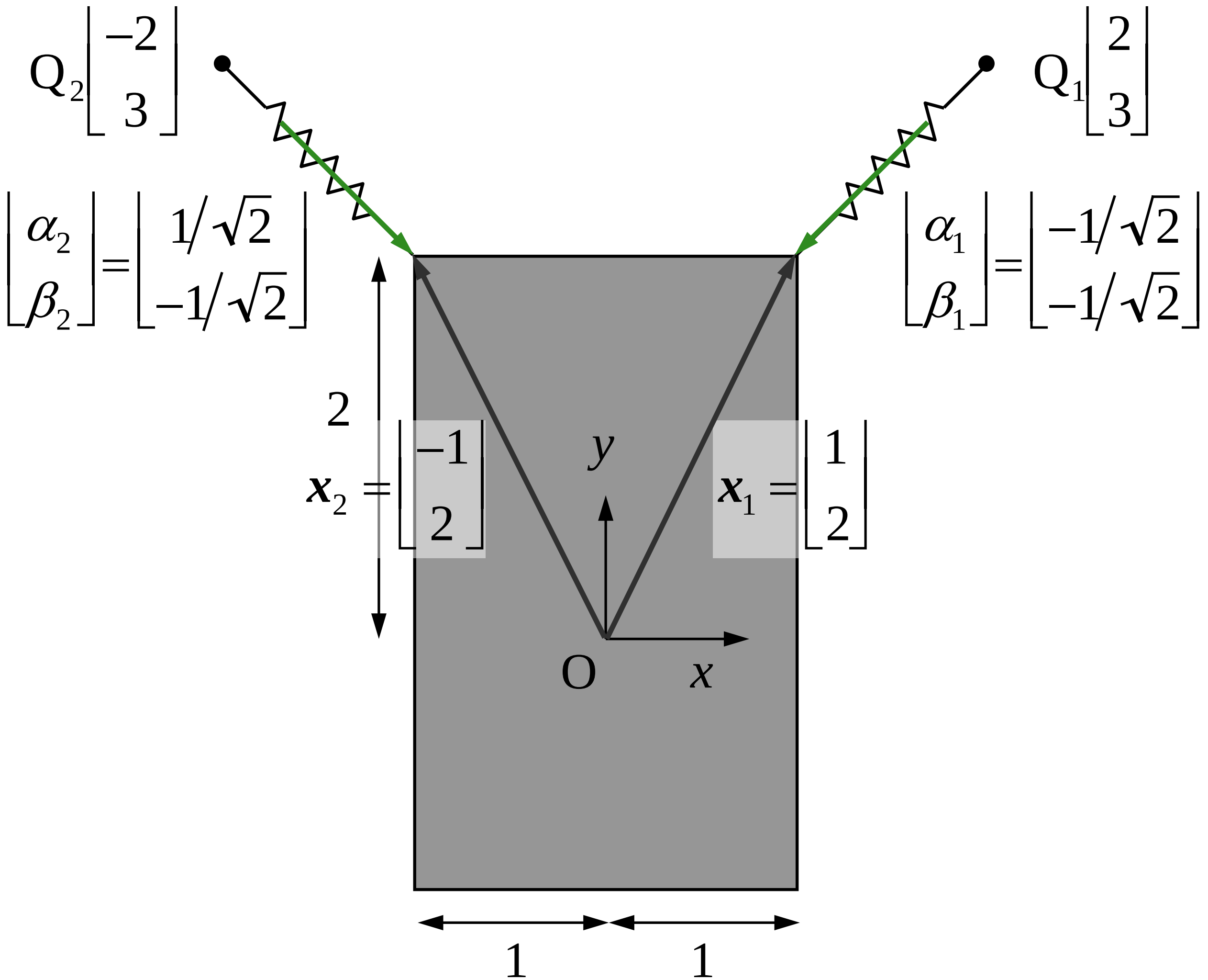
剛性行列$K$: 正定対称行列であり、逆行列を持つ

$$C = K^{-1} = \frac{1}{45}\begin{bmatrix} 7 & -3 & 4 \\ -3 & 9 & -3 \\ 4 & -3 & 10 \end{bmatrix}$$

コンプライアンス行列（compliance matrix）

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta \theta \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ m \end{bmatrix}$$

# 二本のバネで支えられている剛体の例①



# 例①の剛性行列

バネ定数を$k = 5$とすると

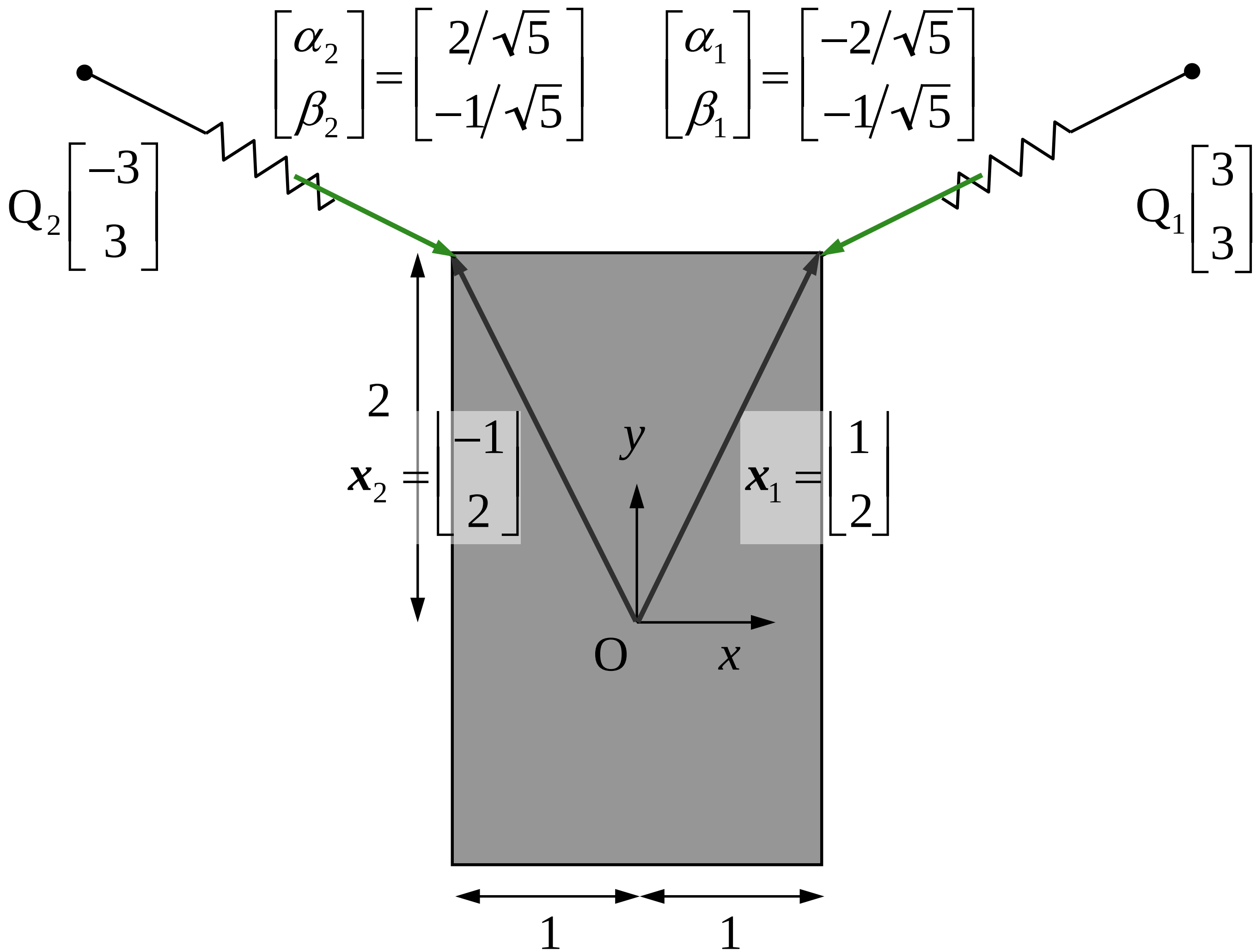
$$f_x = \frac{\partial U}{\partial \Delta x} = 5\Delta x - 5\Delta\theta$$

$$f_y = \frac{\partial U}{\partial \Delta y} = 5\Delta y$$

$$m = \frac{\partial U}{\partial \Delta\theta} = -5\Delta x + 5\Delta\theta$$

$$\therefore \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & -5 \\ 0 & 5 & 0 \\ -5 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta\theta \end{bmatrix}$$

# 二本のバネで支えられている剛体の例②



# 例②の剛性行列

バネ定数を$k=5$とすると

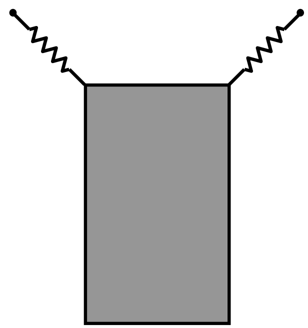
$$f_x = \frac{\partial U}{\partial \Delta x} = 8\Delta x - 12\Delta\theta$$

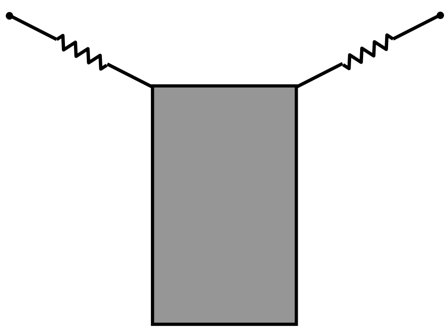
$$f_y = \frac{\partial U}{\partial \Delta y} = 2\Delta y$$

$$m = \frac{\partial U}{\partial \Delta\theta} = -12\Delta x + 18\Delta\theta$$

$$\therefore \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 & -12 \\ 0 & 2 & 0 \\ -12 & 0 & 18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta\theta \end{bmatrix}$$

# 例①と例②の比較





バネ定数を $k=5$ とすると

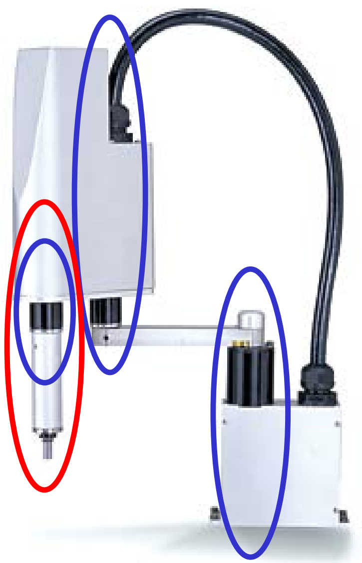
例①: $$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 0 & -5 \\ 0 & 5 & 0 \\ -5 & 0 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta\theta \end{bmatrix}$$

例②: $$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 0 & -12 \\ 0 & 2 & 0 \\ -12 & 0 & 18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta\theta \end{bmatrix}$$

- 同じバネでも張り方(接合位置／姿勢)によって剛性／コンプライアンスが異なる
- 希望の変位方向への剛性／コンプライアンスを設定できる

# スカラロボット

スカラ(SCARA:Selective Compliance Assembly Robot Arm)ロボット

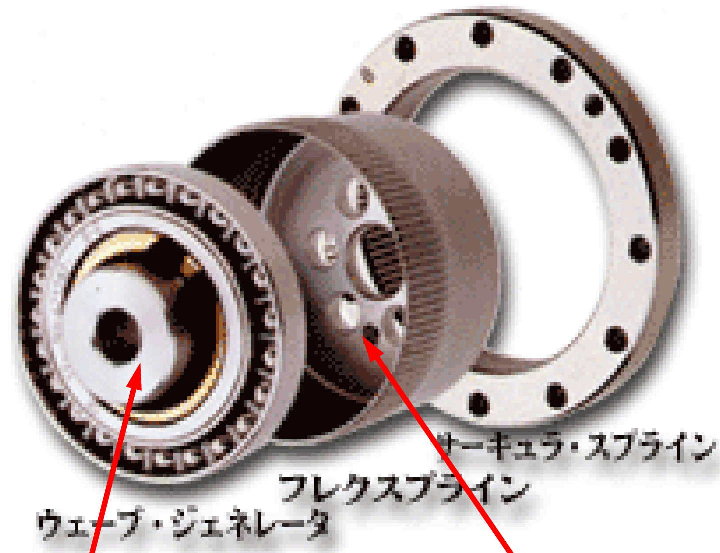


- 山梨大学の牧野教授による設計
- 電子部品の挿入作業の自動化が目的
- 位置決め誤差を吸収可能
- 平面運動を行う三つの回転関節と鉛直方向の直動運動を行う一つの直動関節から成る

# スカラロボットの回転関節

回転関節：
ハーモニックドライブにより駆動
→剛性が低い

ハーモニックドライブ




入力軸（モータ）　出力軸（関節）

# ハーモニックドライブの要素

- ウェーブ・ジェネレータ

楕円状カムの外周に、薄肉のボール・ベアリングをはめた部分。ベアリングの内輪はカムに固定されているが、外輪はボールを介して弾性変形する。一般的には入力軸に取り付ける。

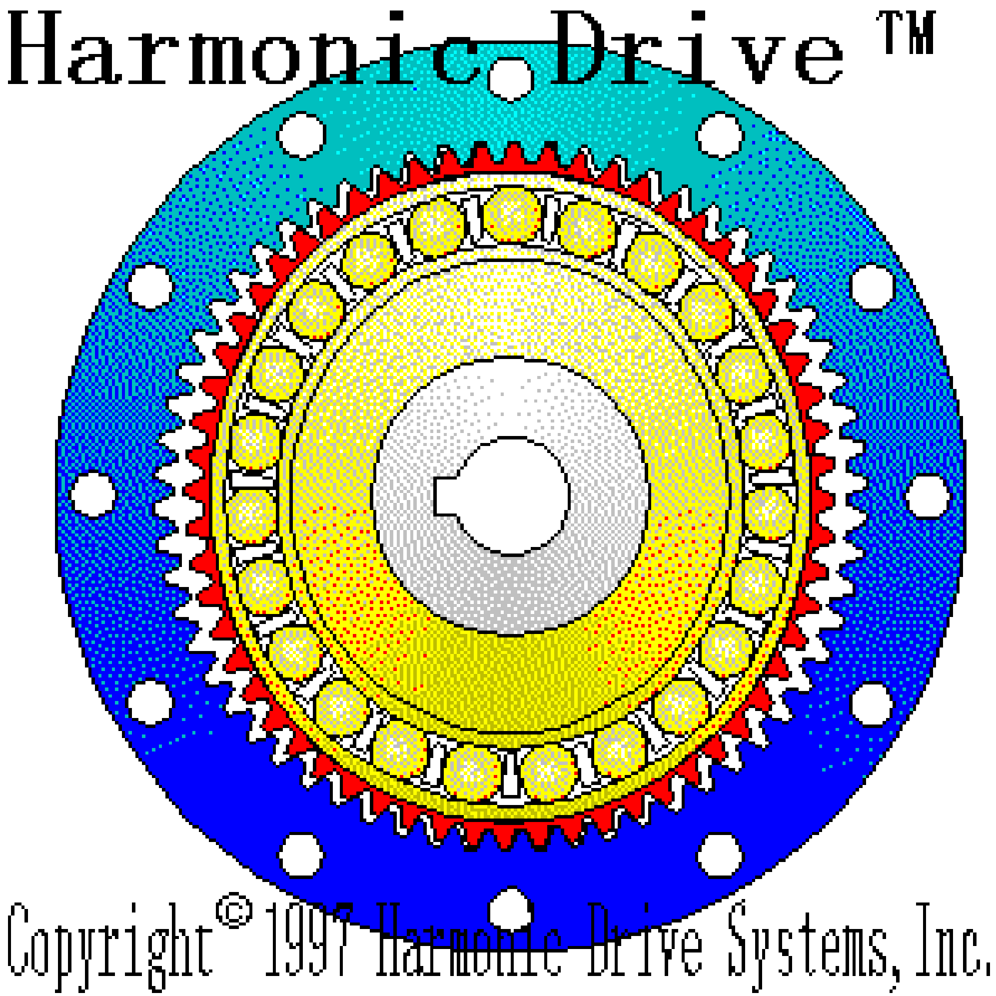
- フレクスプライン

薄肉カップ状の金属弾性体の部品。開口部外周に歯が刻まれている。フレクスプラインの底（カップ状底部）をダイヤフラムと呼び、通常、出力軸に取り付ける。

- サーキュラ・スプライン

剛体リング状の部品。内周に歯が刻まれており、フレクスプラインより歯数が2枚多くなっている。一般にはケーシングに固定される。

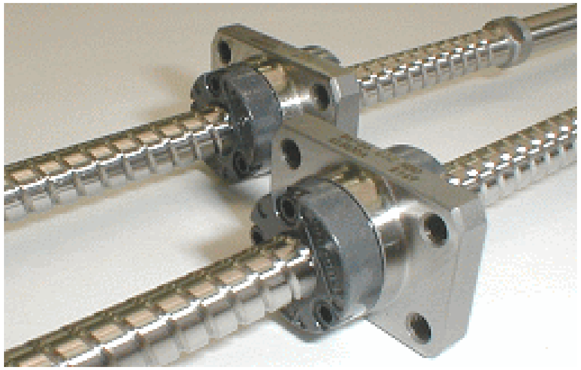
# ハーモニックドライブの動作①



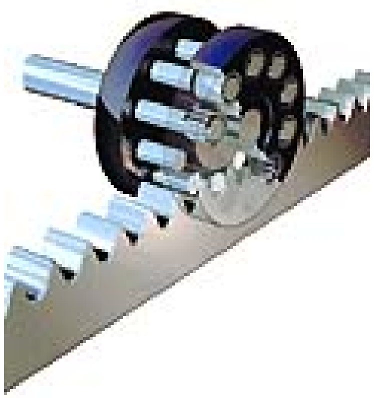
# ハーモニックドライブの動作②

# スカラロボットの直動関節

直動関節：
ボールねじやラックピニオンにより駆動
→剛性が高い

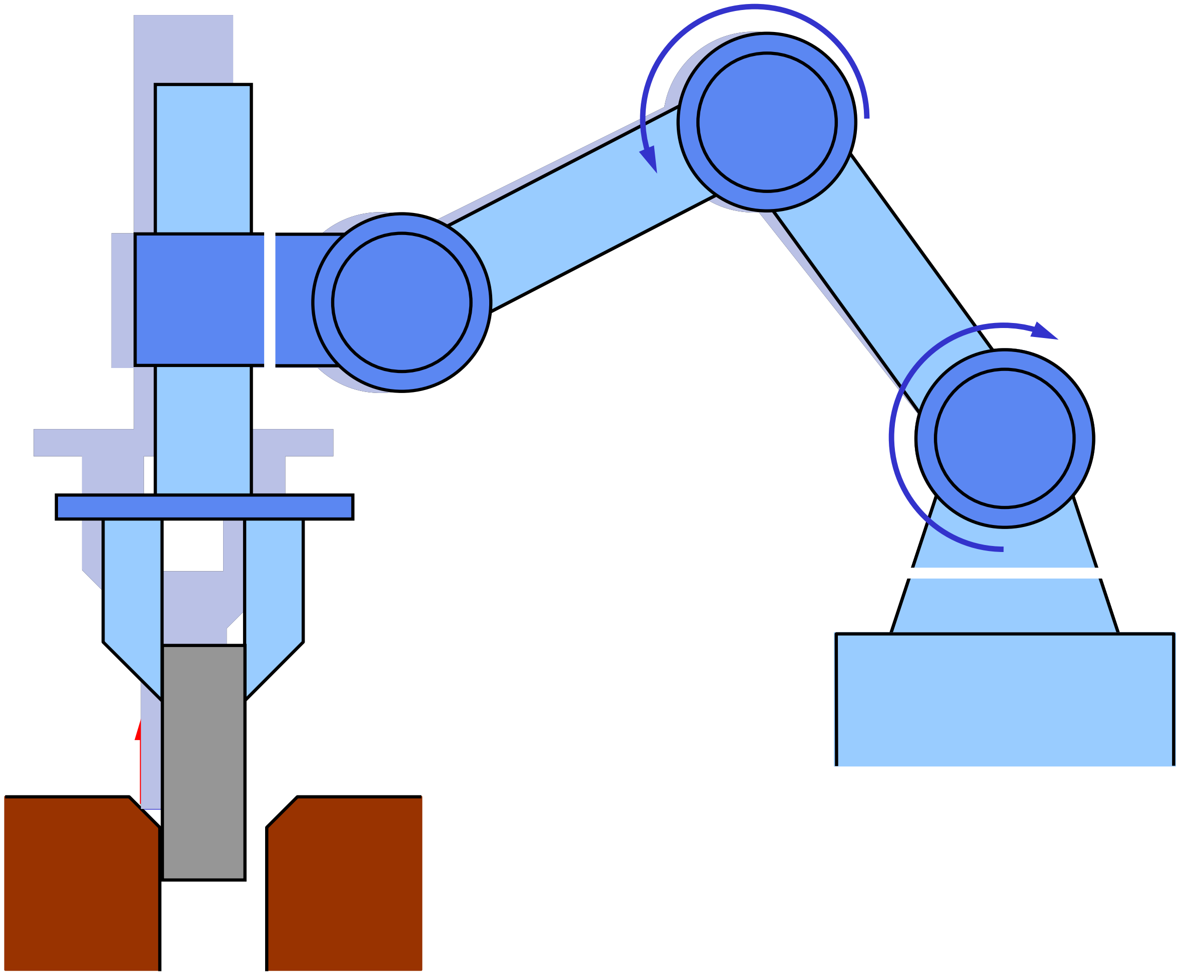


ボールスクリュー

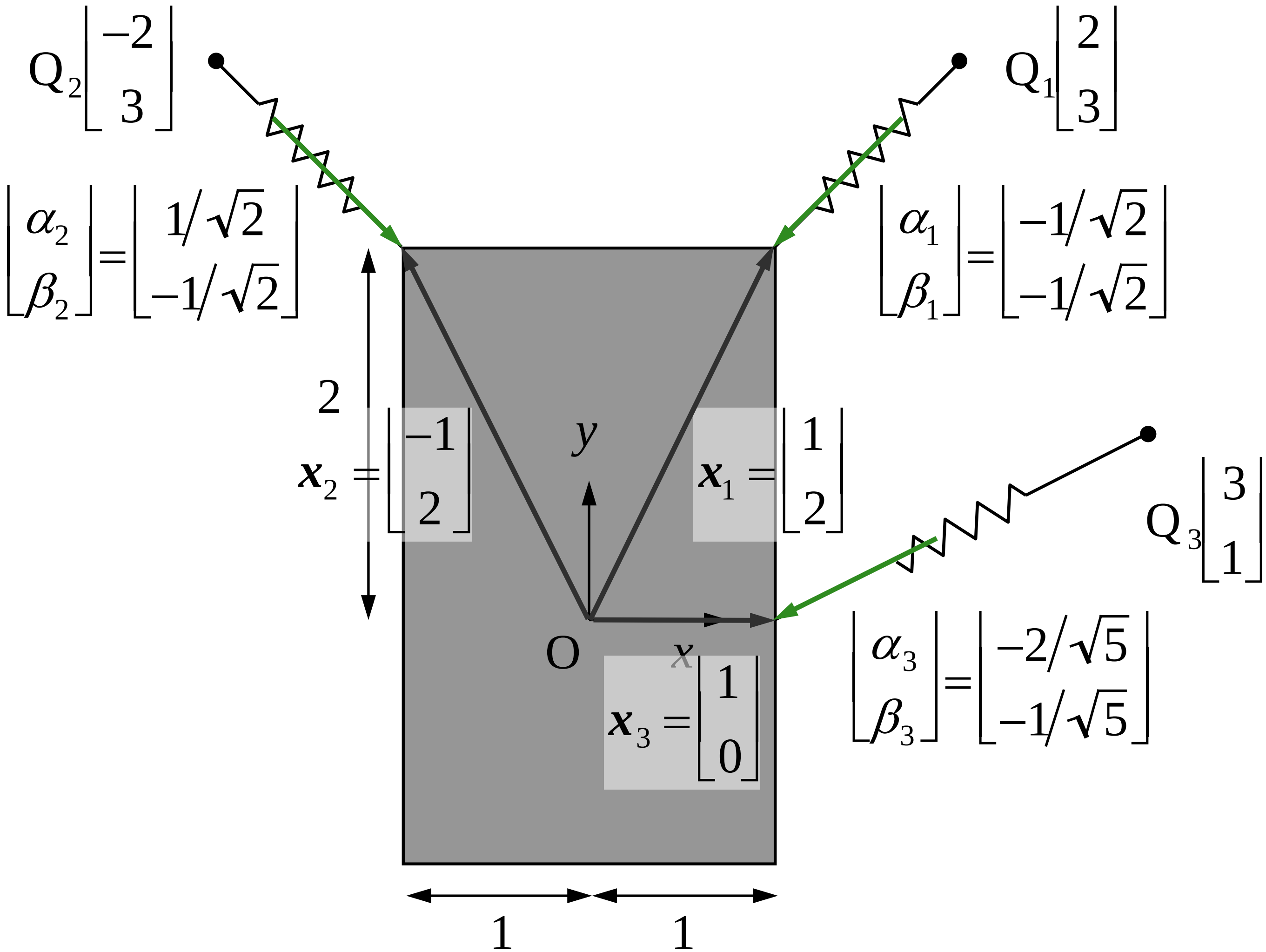


ラックピニオン

# スカラロボットの位置決め誤差吸収原理



# 三本のバネで支えられている剛体の例



# 二次元空間運動における剛性行列①

$$\text{剛性行列}: K = \left[\begin{array}{cc|c} 9 & 2 & -3 \\ 2 & 6 & 1 \\ \hline -3 & 1 & 6 \end{array}\right] \qquad K = \left[\begin{array}{c|c} K_{00} & \boldsymbol{k}_{01} \\ \hline \boldsymbol{k}_{01}^T & k_{11} \end{array}\right]$$

$$K_{00} = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$$

→2次の正方行列

→正定対称行列、逆行列を持つ

$$\boldsymbol{k}_{01} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

→2次の列ベクトル

$$k_{11} = 6$$

→スカラー

※正定対称行列:固有値が全て正の実数となる対称行列

# 二次元空間運動における剛性行列②

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2 & -3 \\ 2 & 6 & 1 \\ -3 & 1 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta\theta \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} f_x = 9\Delta x + 2\Delta y - 3\Delta\theta \\ f_y = 2\Delta x + 6\Delta y + \Delta\theta \\ m = -3\Delta x + \Delta y + 6\Delta\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_x = 9\Delta x + 2\Delta y - 3\Delta\theta \\ f_y = 2\Delta x + 6\Delta y + \Delta\theta \end{cases} \qquad m = -3\Delta x + \Delta y + 6\Delta\theta$$

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} \Delta\theta \qquad m = \begin{bmatrix} -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + 6\Delta\theta$$

$$\therefore \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = K_{00} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + \boldsymbol{k}_{01}\Delta\theta \qquad \therefore m = \boldsymbol{k}_{01}^T \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + k_{11}\Delta\theta$$

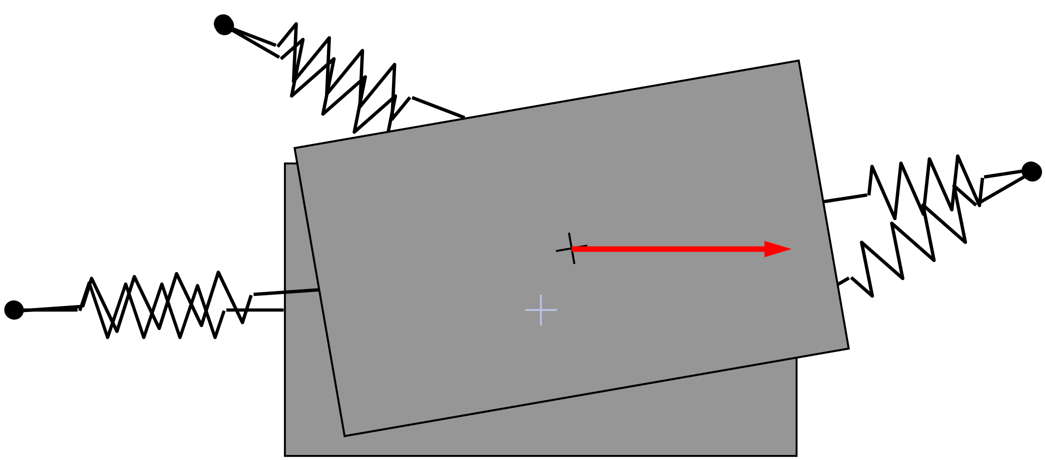
# 二次元空間運動における剛性行列③

$$\begin{bmatrix} f_x \\ f_y \end{bmatrix} = K_{00} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + \boldsymbol{k}_{01} \Delta\theta$$

→外力を加えると微小並進変位と微小回転変位を生じる

$$m = \boldsymbol{k}_{01}^{T} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + k_{11} \Delta\theta$$

→モーメントを加えると微小並進変位と微小回転変位を生じる



# 三次元空間運動における剛性行列

$$K=\left[\begin{array}{c|c} K_{00} & K_{01} \\ \hline K_{01}^T & K_{11} \end{array}\right]$$

$K_{00}, K_{01}, K_{11}$　:3次の正方行列

$K_{00}, K_{11}$　:正定対称行列、逆行列を持つ

$$\boldsymbol{f}=K_{00}\Delta\boldsymbol{x}+K_{01}\Delta\boldsymbol{\theta} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix}=K_{00}\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}+K_{01}\begin{bmatrix} \Delta\theta_x \\ \Delta\theta_y \\ \Delta\theta_z \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{m}=K_{01}^T\Delta\boldsymbol{x}+K_{11}\Delta\boldsymbol{\theta} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix}=K_{01}^T\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix}+K_{11}\begin{bmatrix} \Delta\theta_x \\ \Delta\theta_y \\ \Delta\theta_z \end{bmatrix}$$

# コンプライアンスセンターとは

物体に作用する力／モーメントと微小並進変位／微小回転変位との関係

→剛性行列（コンプライアンス行列）を用いて記述できる

- 力を加える→並進変位のみだけでなく回転変位も生じる
- モーメントを加える→回転変位のみだけでなく並進変位も生じる

並進運動と回転運動が互いに干渉している

並進運動と回転運動を分離できる点がないか？

→コンプライアンスセンター