ハンドリング工学特論

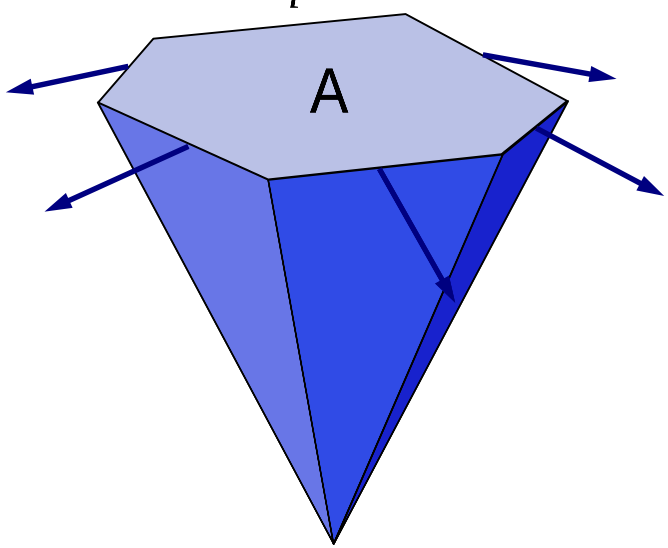
大阪大学大学院 工学研究科 マテリアル生産科学専攻
システムインテグレーション講座
生産システムインテグレーション領域
若松　栄史

剛体の接触（補足）

Faceベクトルを用いる表現

$$A = \mathrm{face}\{\boldsymbol{a}_i\} \quad (i = 1, \cdots, n) \qquad \boldsymbol{a}_i \cdot \boldsymbol{x} \le 0 \quad (i = 1, \cdots, n)$$

face vector $\boldsymbol{a}_i$



$$\begin{cases} \sqrt{3}v_{ox} + (-1)v_{oy} + \left(-2 + \sqrt{3}\right)\omega \le 0 \\ -\sqrt{3}v_{ox} + (-1)v_{oy} + \left(2 - \sqrt{3}\right)\omega \le 0 \end{cases}$$

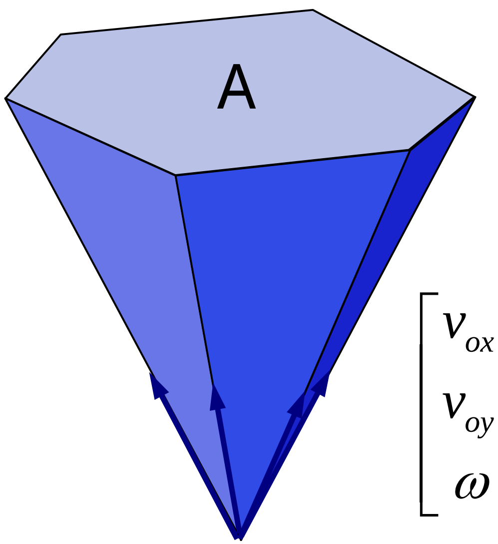
$$\boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} \sqrt{3} \\ -1 \\ -2 + \sqrt{3} \end{bmatrix}, \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} -\sqrt{3} \\ -1 \\ 2 - \sqrt{3} \end{bmatrix}, \boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \\ \omega \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{a}_1 \cdot \boldsymbol{x} \le 0, \quad \boldsymbol{a}_2 \cdot \boldsymbol{x} \le 0$$

$$A = \mathrm{face}\{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2\}$$

Spanベクトルを用いる表現

$$A = \mathrm{span}\{\boldsymbol{u}_j\} \quad (j = 1, \cdots, n) \qquad \boldsymbol{x} = \sum_{j=1}^{n} R_j \boldsymbol{u}_j \quad R_j \geq 0 \quad (j = 1, \cdots, n)$$



span vector $\boldsymbol{u}_j$

$$\begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} \left(2-\sqrt{3}\right)/\sqrt{3} \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} -1 \\ \sqrt{3} \end{bmatrix} \quad c_1, c_2 \geq 0$$

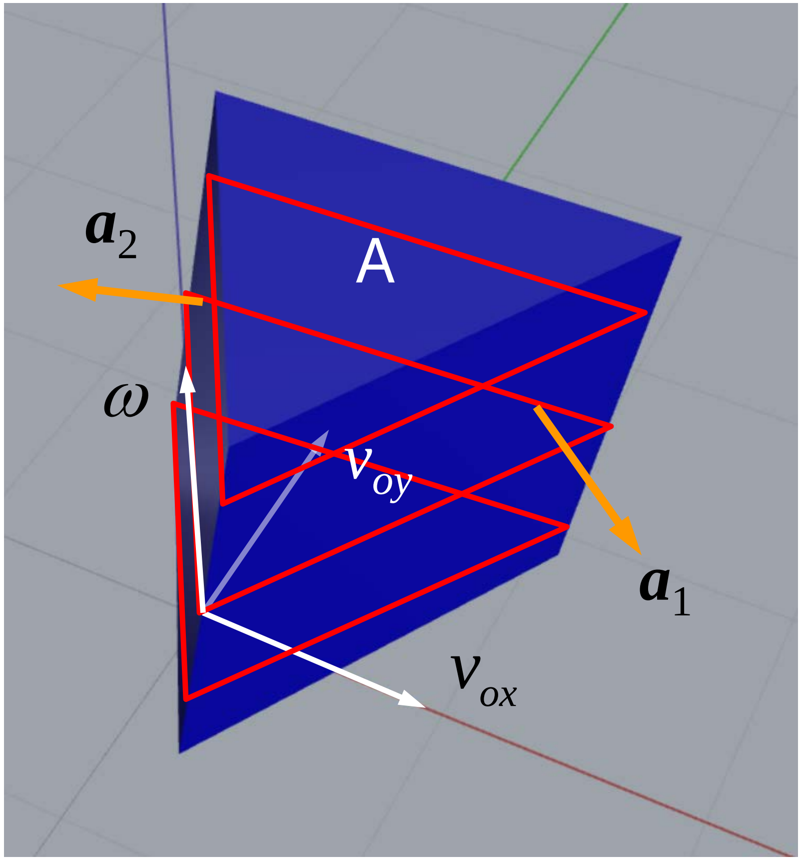
$$\begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \\ \omega \end{bmatrix} = R_1 \begin{bmatrix} \left(2-\sqrt{3}\right)/\sqrt{3} \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + R_2 \begin{bmatrix} -\left(2-\sqrt{3}\right)/\sqrt{3} \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} -1 \\ \sqrt{3} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$R_1, R_2, c_1, c_2 \geq 0$$

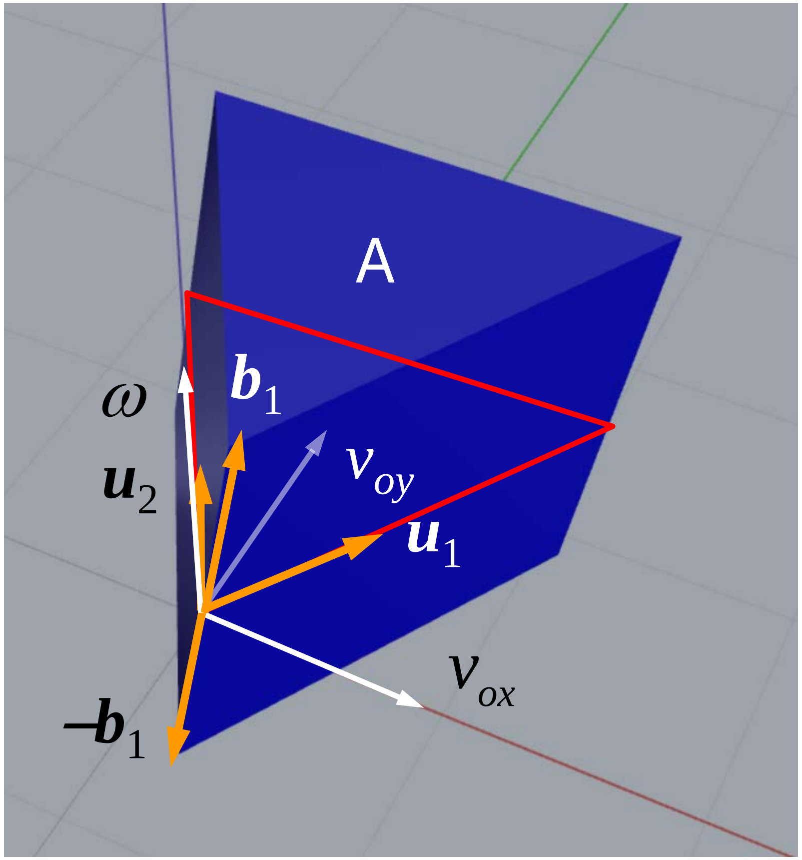
$$\boldsymbol{x} = R_1 \boldsymbol{b}_1 + R_2 \left(-\boldsymbol{b}_1\right) + c_1 \boldsymbol{u}_1 + c_2 \boldsymbol{u}_2 \qquad R_1, R_2, c_1, c_2 \geq 0$$

$$A = \mathrm{span}\{\boldsymbol{b}_1, -\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2\}$$

Faceベクトル／Spanベクトルを用いる表現



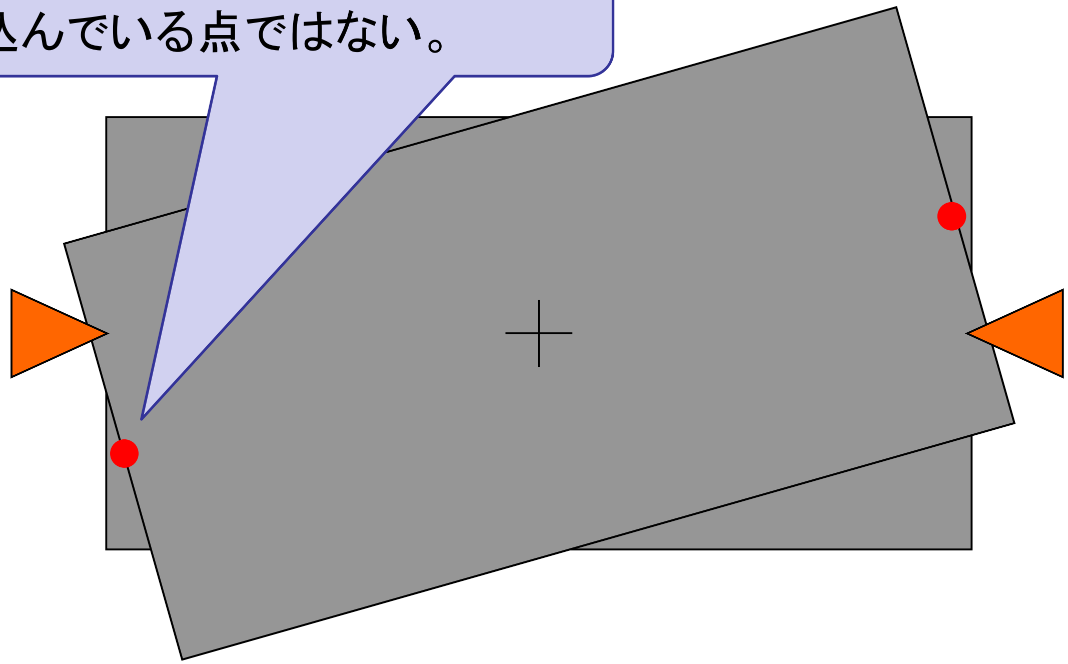
$$A = \mathrm{face}\{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2\}$$



$$A = \mathrm{span}\{\boldsymbol{b}_1, -\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2\}$$

運動制約に関する考察１－①

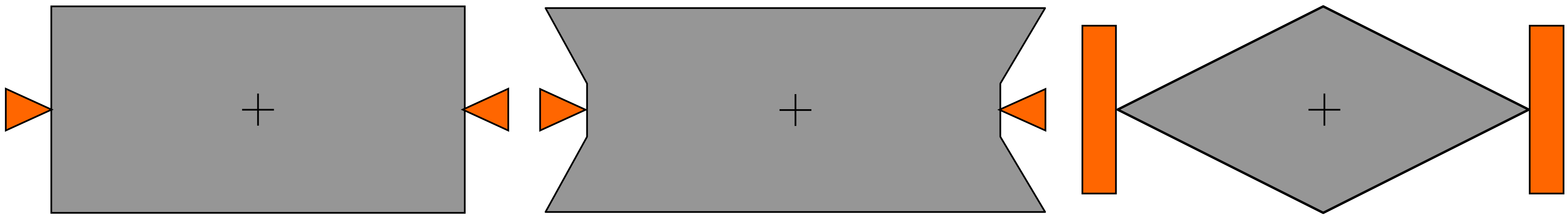
回転前に接触していたのはこの点であって、
回転後に食い込んでいる点ではない。



運動制約は現在の接触状態から求める

→　現在接触していない点は考慮しない

運動制約に関する考察1－②



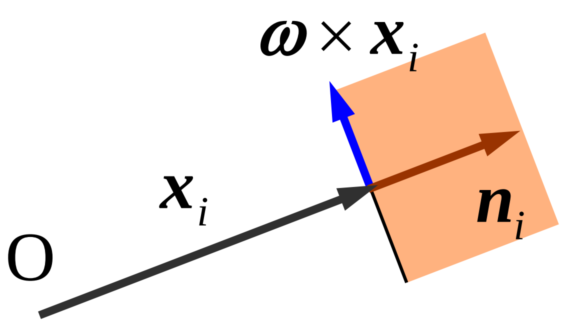
上図における運動制約は全て：$\begin{cases} -v_{ox} \le 0 \\ v_{ox} \le 0 \end{cases}$

運動制約は現在の接触状態から求める

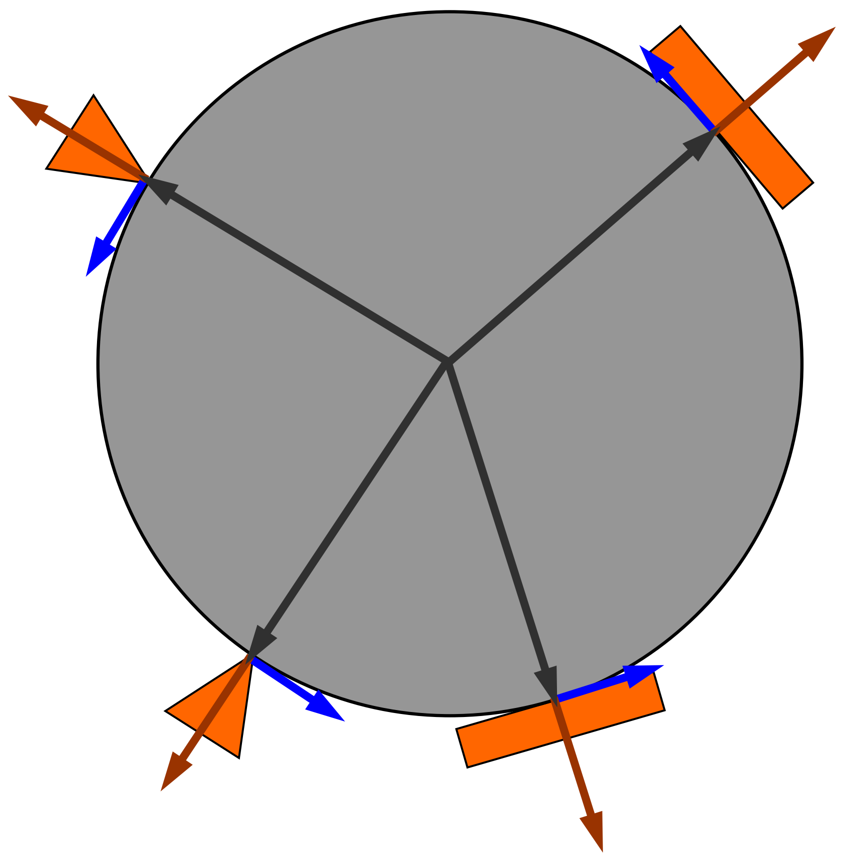
→　現在接触していない点は考慮しない

許容速度はその状態において取り得る瞬間的速度

運動制約に関する考察②

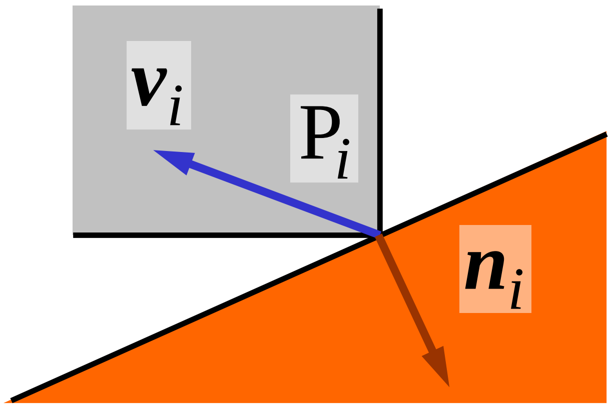


位置ベクトルの向きと法線ベクトルの向きが一致する場合、回転運動を拘束することはできない。



平面運動において円形物体を、空間運動において球形物体をフォームクロージャの状態にすることは不可能

運動制約①



接触点P_iにおける固定物体（茶色の物体）の内向き法線ベクトルを$\mathbf{n}_i$とすると、運動物体のP_iにおける速度$\mathbf{v}_i$は以下の条件を満たさなくてはならない

$$\boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{v}_i \le 0$$

一方で、点P_iでの速度$\mathbf{v}_i$は、物体の代表点の速度･角速度を用いて以下のように表される

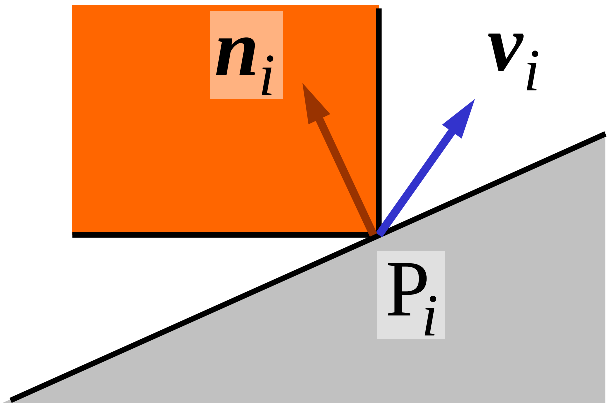
$$\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{v}_o + \omega \times \boldsymbol{x}_i$$

従って点P_iが接触していることによって物体に加えられる運動制約は

$$\boldsymbol{n}_i \cdot (\boldsymbol{v}_o + \omega \times \boldsymbol{x}_i) = \underline{\boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{v}_o + (\boldsymbol{x}_i \times \boldsymbol{n}_i) \cdot \omega \le 0}$$

物体代表点の速度と角速度に関する一次不等式

運動制約②



接触点P_iにおいて、固定物体（茶色の物体）の内向き法線ベクトルを定義できない場合には、運動物体（灰色の物体）の外向き法線ベクトルを$\mathbf{n}_i$として、

$$\boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{v}_i \leq 0$$

一方で、点P_iでの速度$\mathbf{v}_i$は、物体の代表点の速度・角速度を用いて以下のように表される

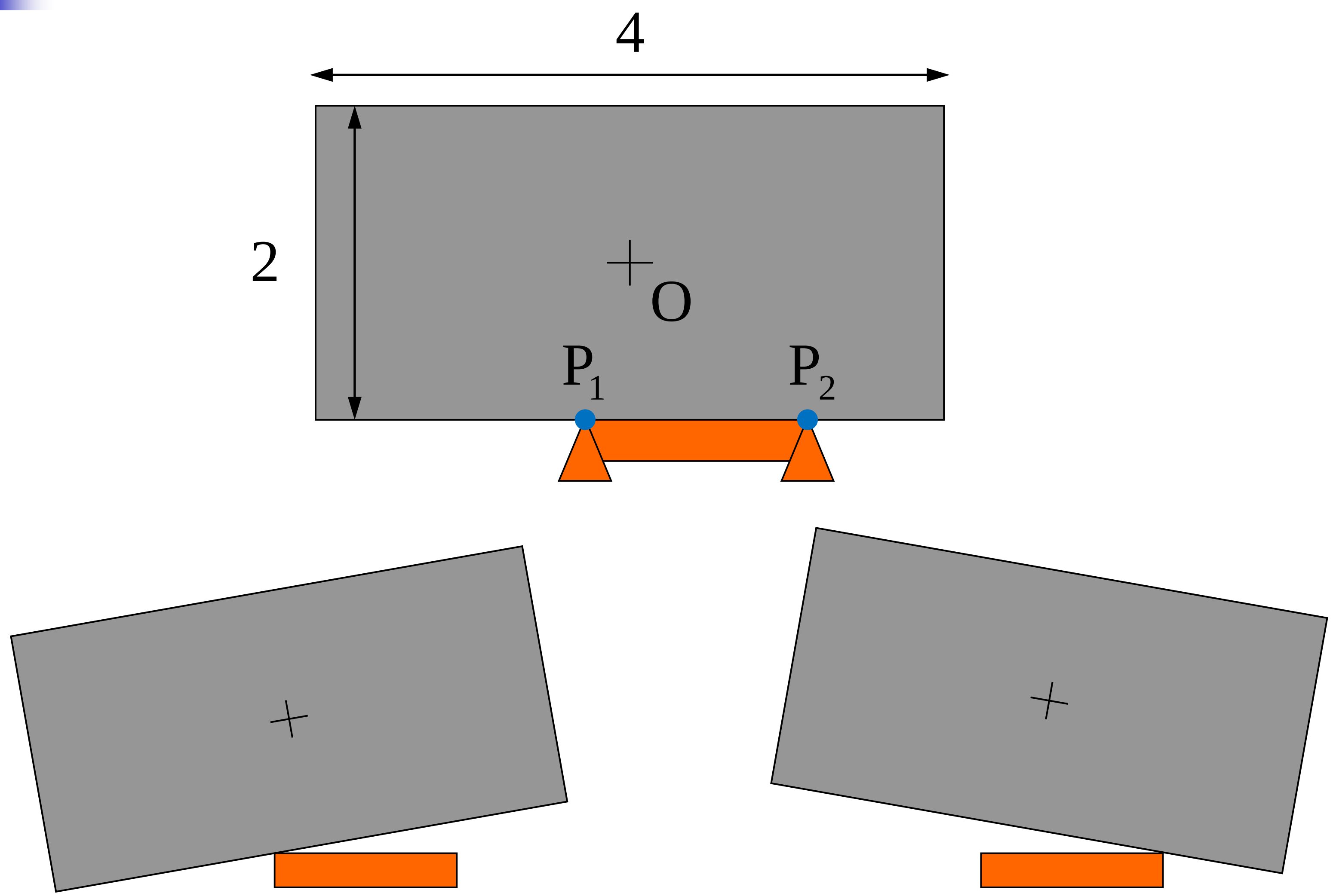
$$\boldsymbol{v}_i = \boldsymbol{v}_o + \omega \times \boldsymbol{x}_i$$

従って点P_iが接触していることによって物体に加えられる運動制約は

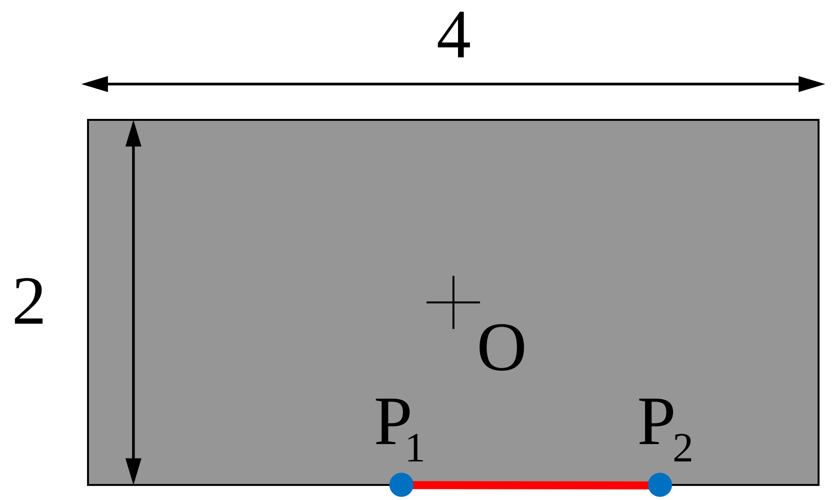
$$\boldsymbol{n}_i \cdot (\boldsymbol{v}_o + \omega \times \boldsymbol{x}_i) = \underline{\boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{v}_o + (\boldsymbol{x}_i \times \boldsymbol{n}_i) \cdot \omega \leq 0}$$

物体代表点の速度と角速度に関する一次不等式

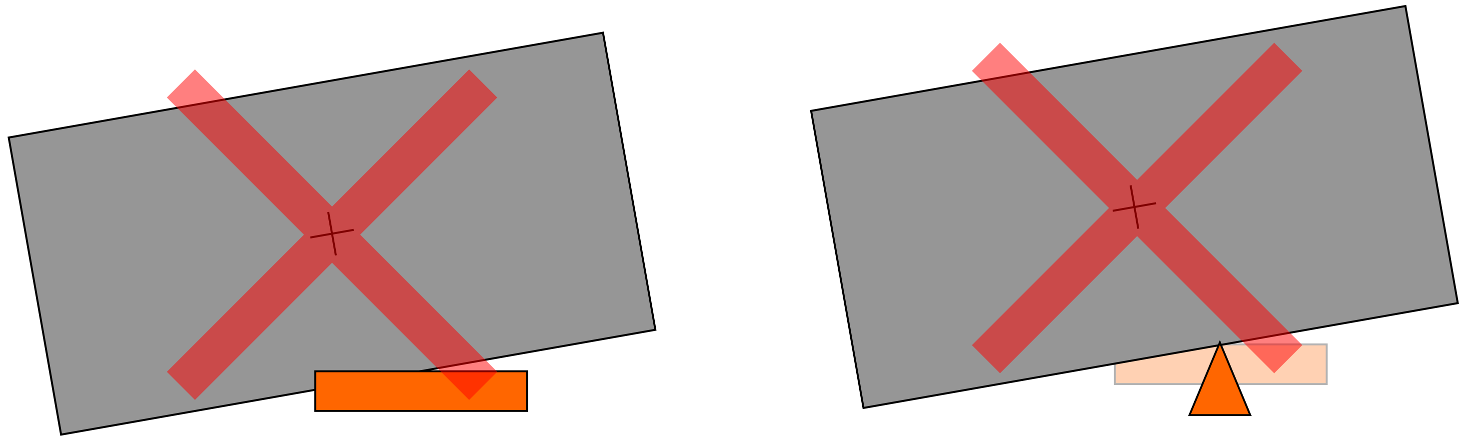
稜線－稜線接触の場合①



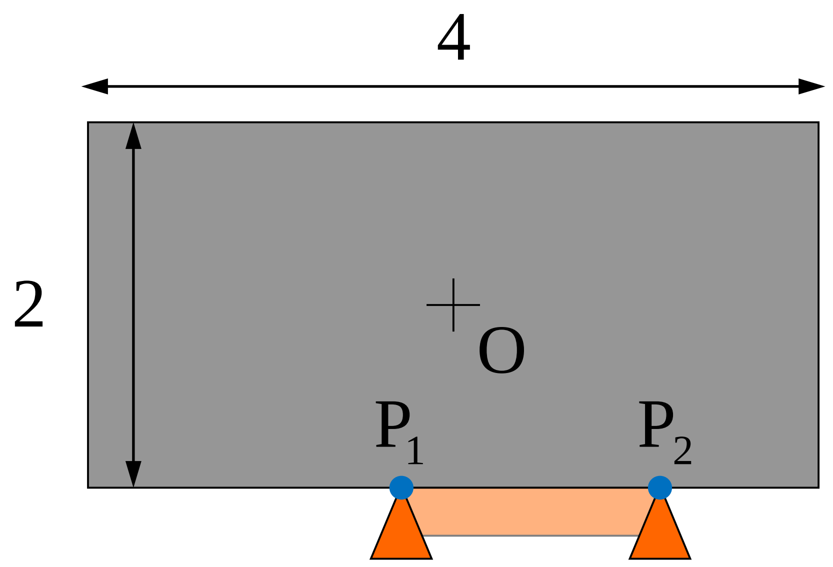
稜線－稜線接触の場合②



赤線部分を中心とする回転はできない。

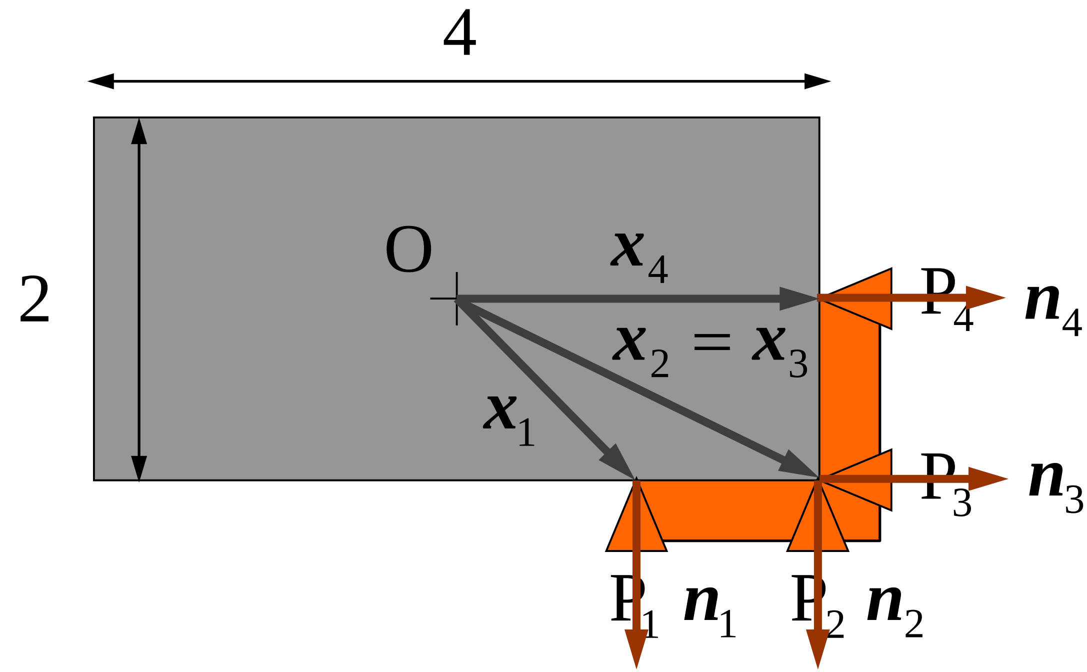


稜線－稜線接触の場合③



稜線－稜線接触の場合は、領域境界での（稜線－）点接触の集合としてモデル化できる。

L字領域接触の場合①



$$\boldsymbol{n}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{n}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{n}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{n}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{x}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{x}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{x}_3 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{x}_4 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

L字領域接触の場合② 運動制約

$$\boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{v}_o + (\boldsymbol{x}_i \times \boldsymbol{n}_i) \cdot \omega \le 0$$ より

$$\mathrm{P}_1 : \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right) \omega \le 0$$

$$\mathrm{P}_2 : \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} \right) \omega \le 0$$

$$\mathrm{P}_3 : \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \omega \le 0$$

$$\mathrm{P}_4 : \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right) \omega \le 0$$

$$\therefore \begin{cases} -v_{oy} - \omega \le 0 \\ -v_{oy} - 2\omega \le 0 \\ v_{ox} + \omega \le 0 \\ v_{ox} \le 0 \end{cases}$$

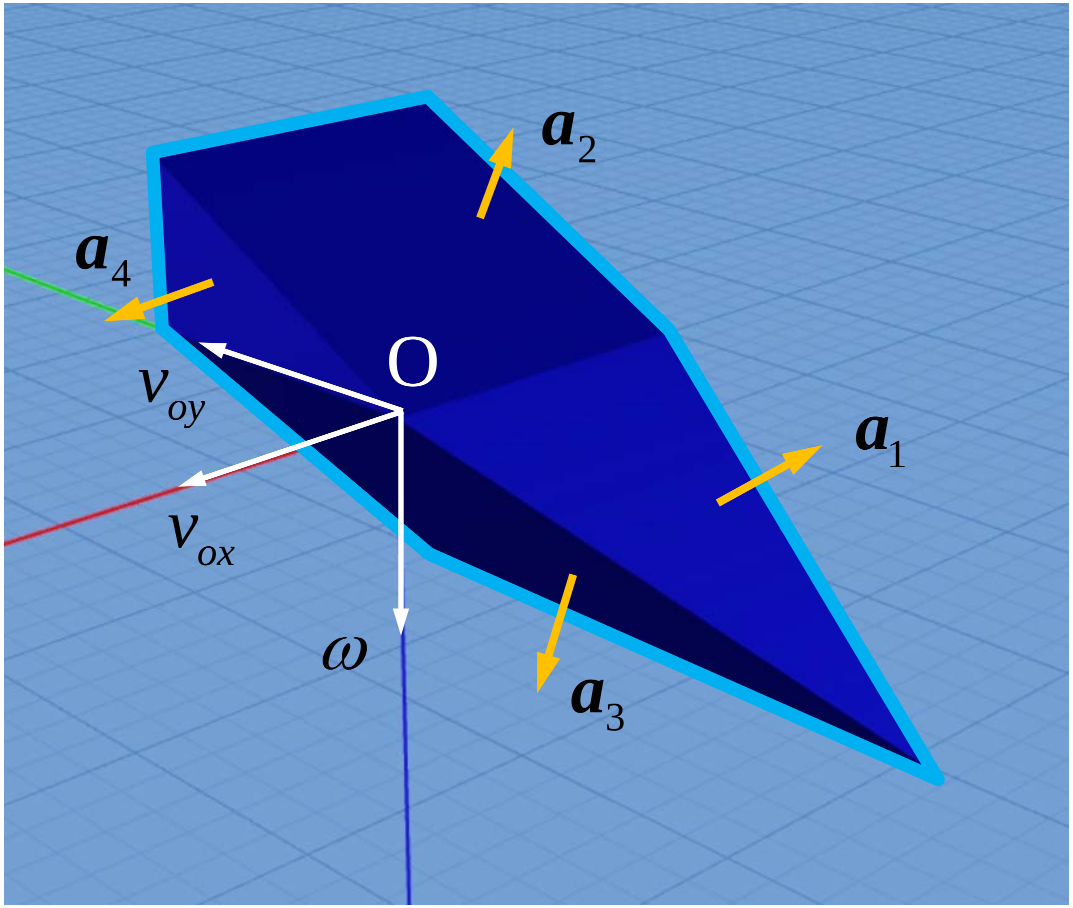
L字領域接触の場合③　Faceベクトルを用いた表現①

$$
\begin{cases}
-v_{oy} - \omega \le 0 \\
-v_{oy} - 2\omega \le 0 \\
v_{ox} + \omega \le 0 \\
v_{ox} \le 0
\end{cases}
\Rightarrow
\begin{cases}
0 \cdot v_{ox} + (-1) \cdot v_{oy} + (-1) \cdot \omega \le 0 \\
0 \cdot v_{ox} + (-1) \cdot v_{oy} + (-2) \cdot \omega \le 0 \\
1 \cdot v_{ox} + 0 \cdot v_{oy} + 1 \cdot \omega \le 0 \\
1 \cdot v_{ox} + 0 \cdot v_{oy} + 0 \cdot \omega \le 0
\end{cases}
$$

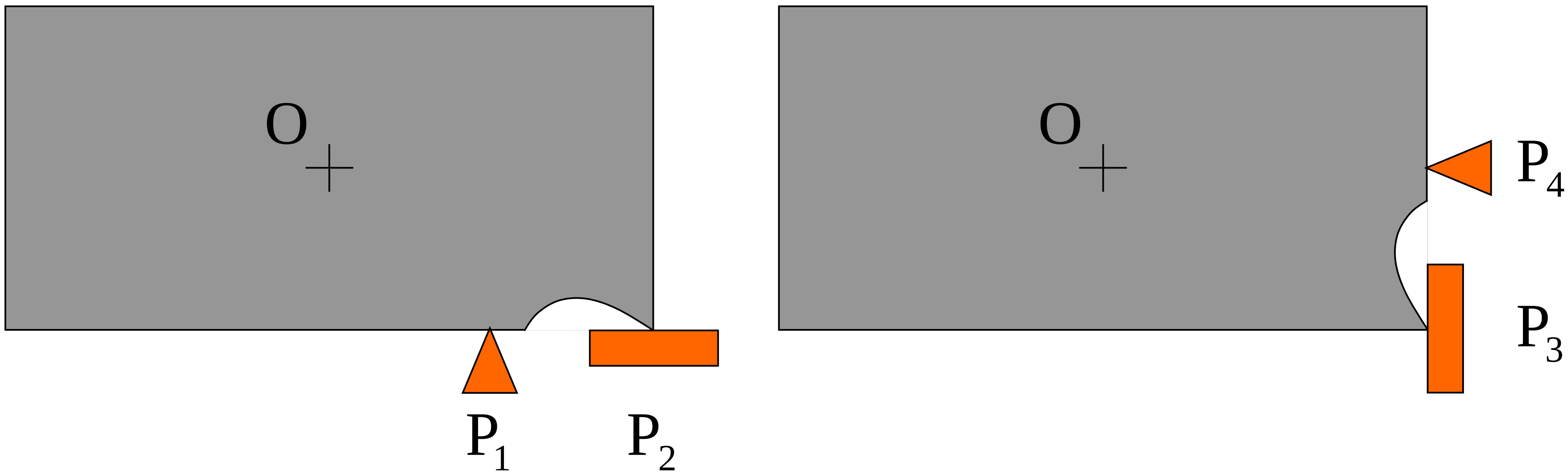
$$
\boldsymbol{a}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{a}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix}, \boldsymbol{a}_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{a}_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

$$
A = \mathrm{face}\{\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3, \boldsymbol{a}_4\}
$$

L字領域接触の場合④　Faceベクトルを用いた表現②



L字領域接触の場合⑤　許容運動①

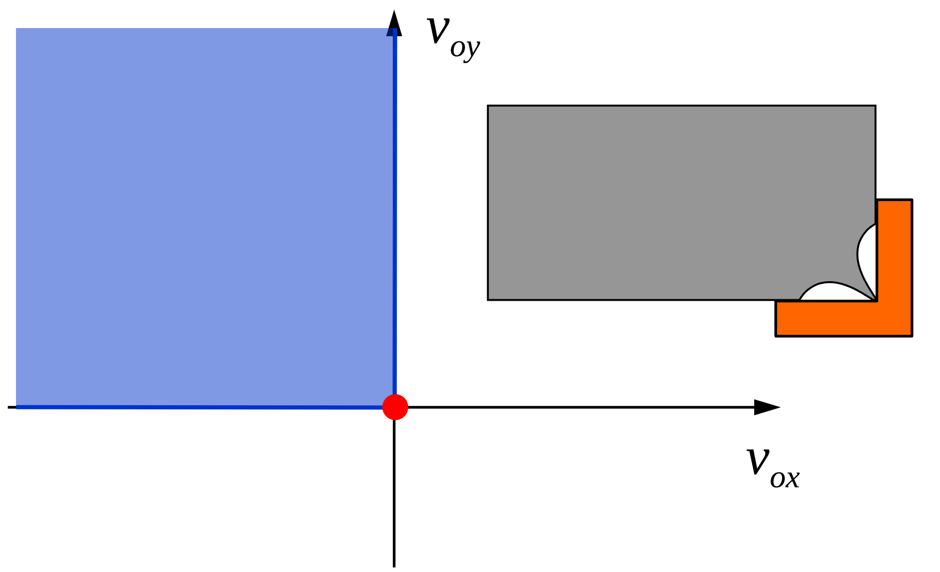


現在接触していない部分の形状は変化させても問題ないので、上図のように考える。

L字領域接触の場合⑥　許容運動②

運動制約: $\begin{cases} -v_{oy} - \omega \le 0 \\ -v_{oy} - 2\omega \le 0 \\ v_{ox} + \omega \le 0 \\ v_{ox} \le 0 \end{cases}$　　$\omega = 0$ の時　$\begin{cases} -v_{oy} \le 0 \\ -v_{oy} \le 0 \\ v_{ox} \le 0 \\ v_{ox} \le 0 \end{cases}$

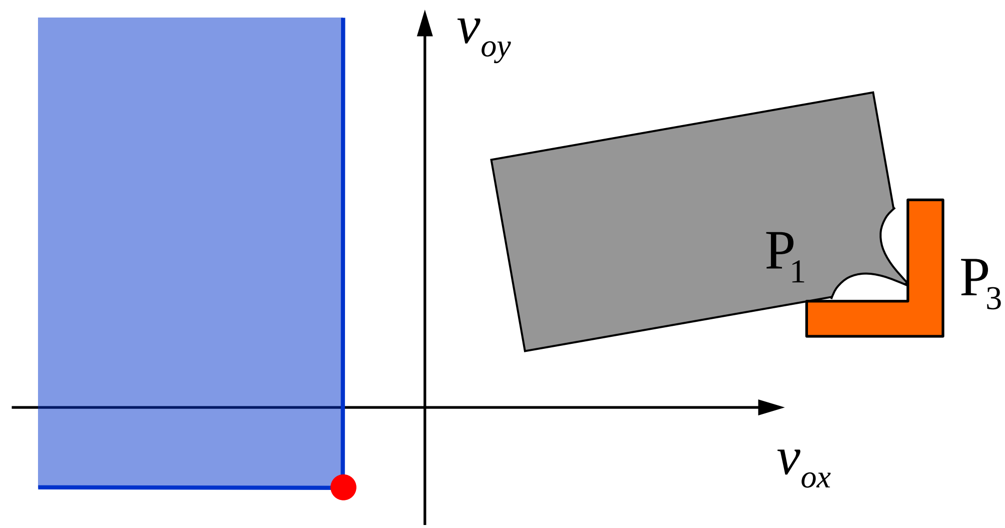
$$\therefore \begin{cases} v_{oy} \ge 0 \\ v_{ox} \le 0 \end{cases}$$



L字領域接触の場合⑦　許容運動③

運動制約: $\begin{cases} -v_{oy} - \omega \leq 0 \\ -v_{oy} - 2\omega \leq 0 \\ v_{ox} + \omega \leq 0 \\ v_{ox} \leq 0 \end{cases}$　　$\omega = 1$ の時　$\begin{cases} -v_{oy} - 1 \leq 0 & : P_1 \\ -v_{oy} - 2 \leq 0 \\ v_{ox} + 1 \leq 0 & : P_3 \\ v_{ox} \leq 0 \end{cases}$

$$\therefore \begin{cases} v_{oy} \geq -1 \\ v_{ox} \leq -1 \end{cases}$$

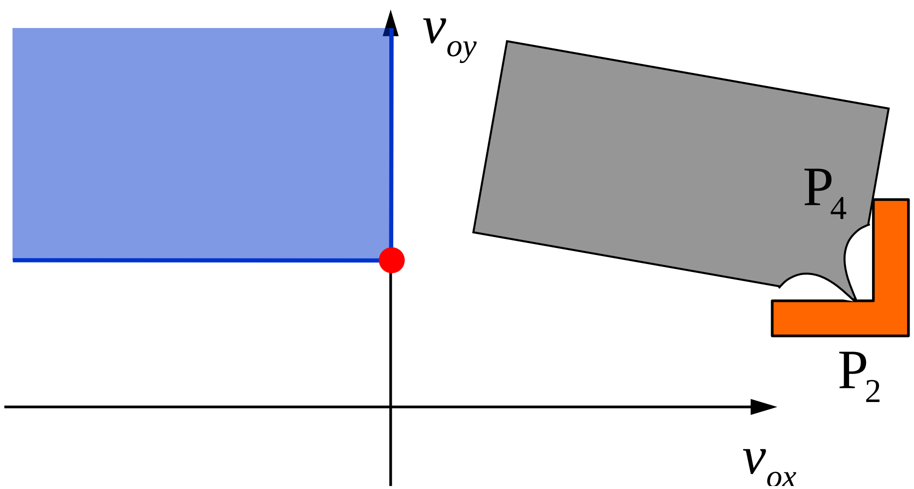


反時計回りの回転により、点P_2、P_4の接触は絶たれる。

L字領域接触の場合⑧　許容運動④

運動制約: $\begin{cases} -v_{oy} - \omega \le 0 \\ -v_{oy} - 2\omega \le 0 \\ v_{ox} + \omega \le 0 \\ v_{ox} \le 0 \end{cases}$　$\omega = -1$の時 $\begin{cases} -v_{oy} + 1 \le 0 \\ -v_{oy} + 2 \le 0 & : \mathrm{P}_2 \\ v_{ox} - 1 \le 0 \\ v_{ox} \le 0 & : \mathrm{P}_4 \end{cases}$

$$\therefore \begin{cases} v_{oy} \ge 2 \\ v_{ox} \le 0 \end{cases}$$

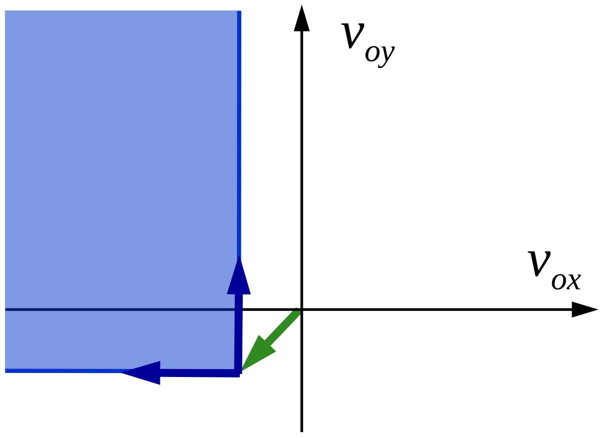


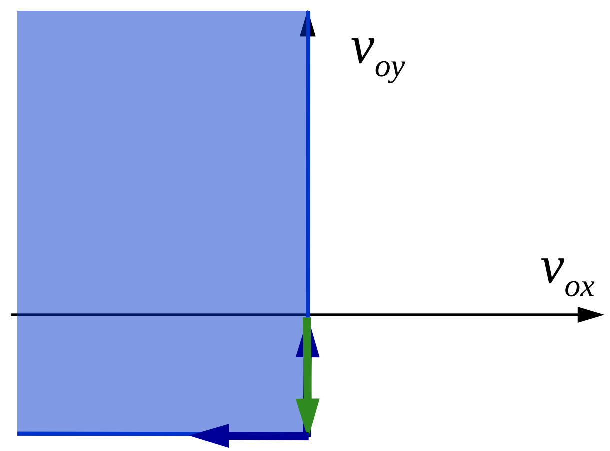
時計回りの回転により、点P_1、P_3の接触は絶たれる。

L字領域接触の場合⑨　許容運動⑤

$$\begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \omega \geq 0, c_1, c_2 \geq 0$$

$$\begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \omega \leq 0, c_1, c_2 \geq 0$$





L字領域接触の場合⑩　許容運動⑥

$\omega \geq 0$ の時

$$\begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{ox} \\ \omega \end{bmatrix} = R_1 \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad R_1, c_1, c_2 \geq 0$$

$\omega \leq 0$ の時

$$\begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \\ \omega \end{bmatrix} = R_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad R_2, c_1, c_2 \geq 0$$

多点接触の場合は、角速度が正の場合と負の場合で許容運動の傾向が異なる可能性があるため、必ず正と負でチェックする。

L字領域接触の場合⑪　許容運動⑦

$\omega \geq 0$ の時

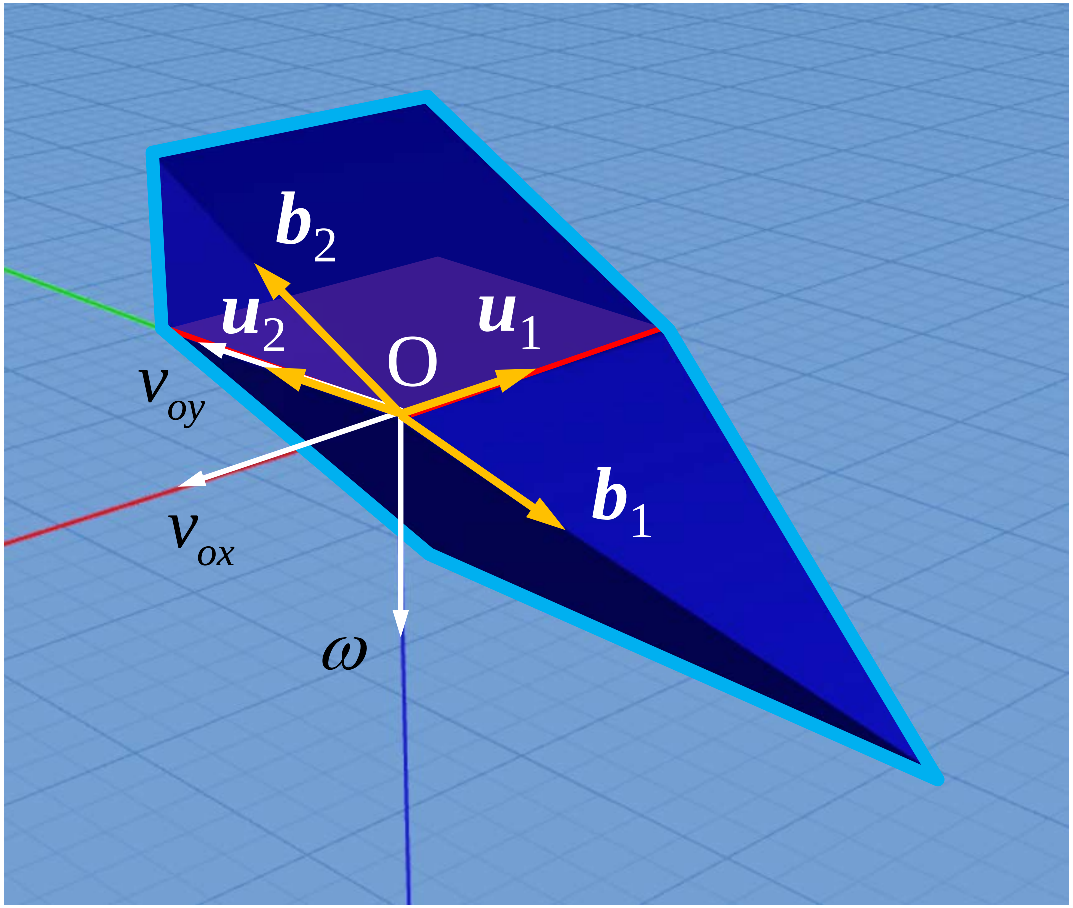
$$\boldsymbol{b}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{u}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad A = \mathrm{span}\{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2\}$$

$\omega \leq 0$ の時

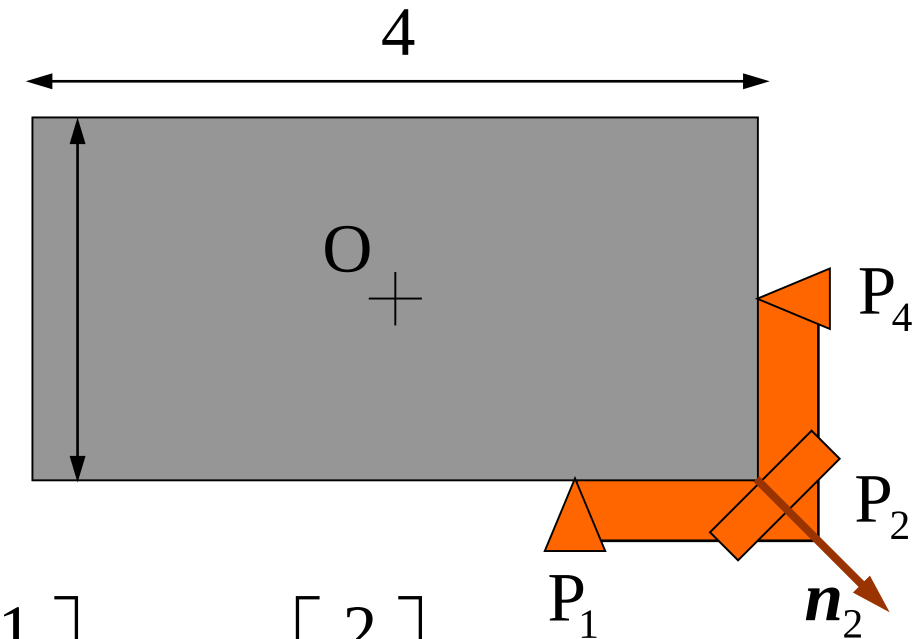
$$\boldsymbol{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{u}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad A = \mathrm{span}\{\boldsymbol{b}_2, \boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2\}$$

$$\boldsymbol{b}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{b}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}, \boldsymbol{u}_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad A = \mathrm{span}\{\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2, \boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{u}_2\}$$

L字領域接触の場合⑫　許容運動⑧



３点接触との違い①



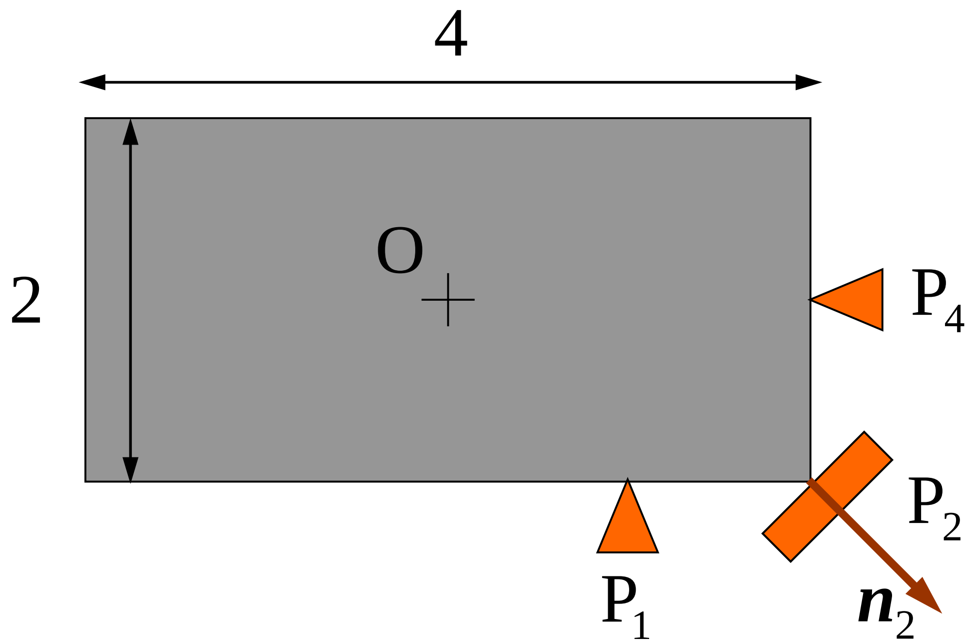
$$\boldsymbol{n}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{x}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{v}_o + (\boldsymbol{x}_i \times \boldsymbol{n}_i) \cdot \omega \leq 0$$ より

$$v_{ox} - v_{oy} - \omega \leq 0$$

$$\begin{cases} -v_{oy} - \omega \leq 0 \\ v_{ox} - v_{oy} - \omega \leq 0 \\ v_{ox} \leq 0 \end{cases}$$

３点接触との違い②

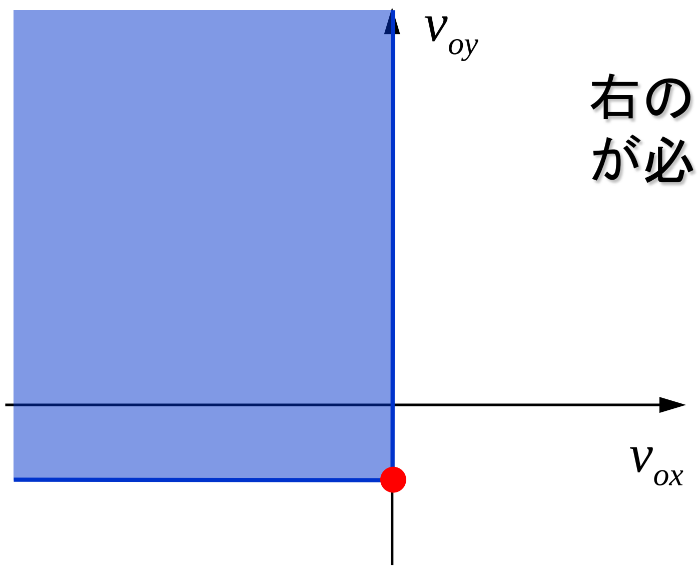


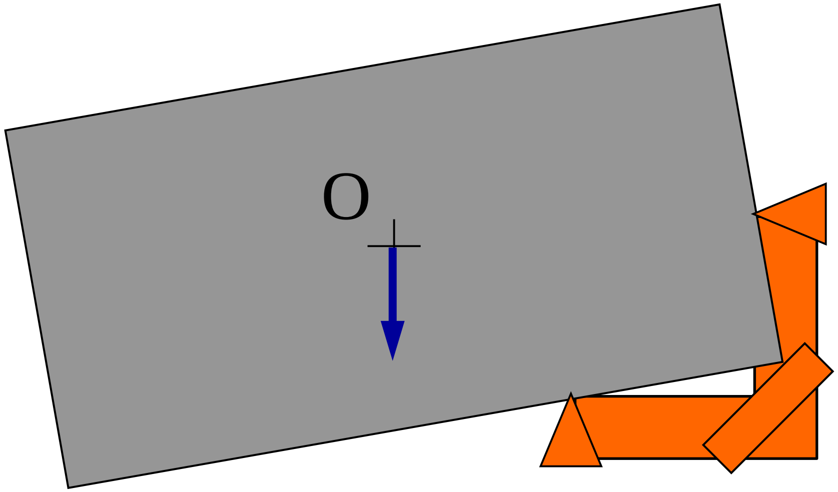
$$\begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c_1, c_2 \geq 0$$

３点接触との違い③

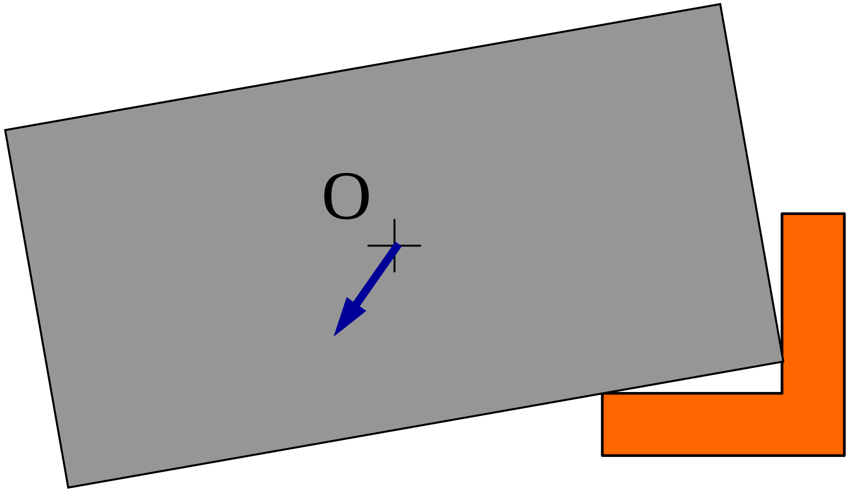
$$\omega = 1 \text{ の時}$$

$$\begin{cases} v_{oy} \geq -1 \\ v_{oy} \geq v_{ox} - 1 \\ v_{ox} \leq 0 \end{cases}$$





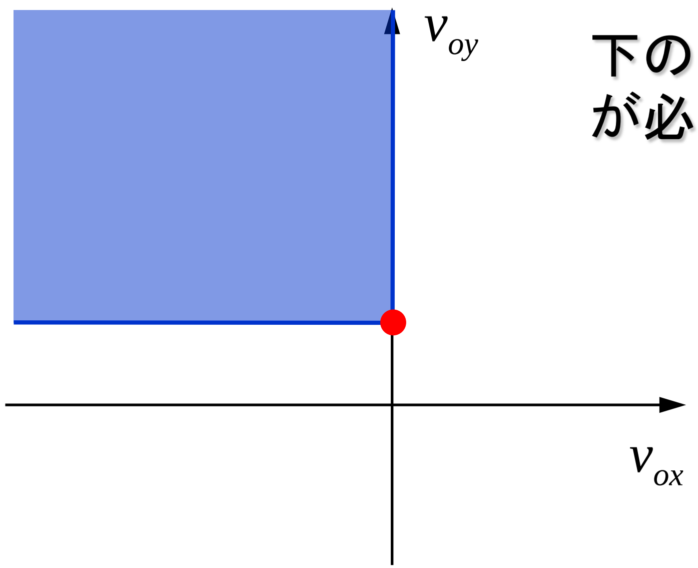
右の壁に食い込むので、左方向成分の並進速度が必要

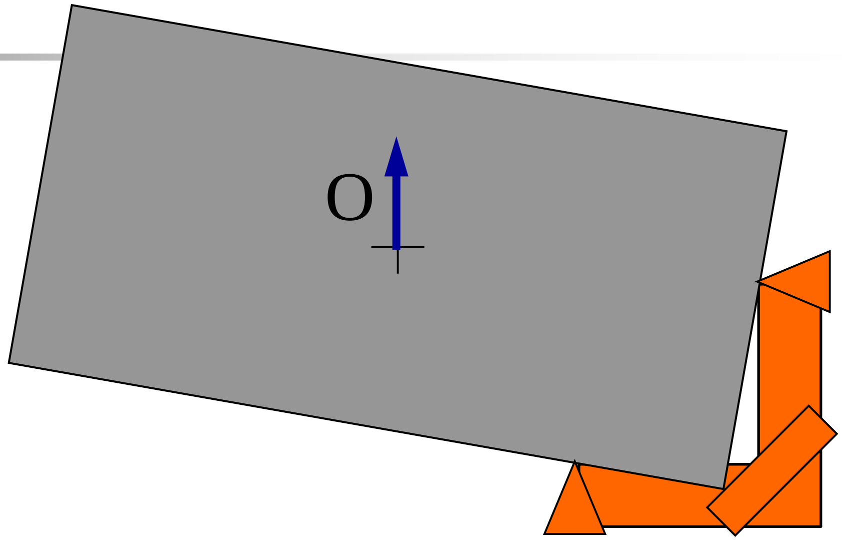


３点接触との違い④

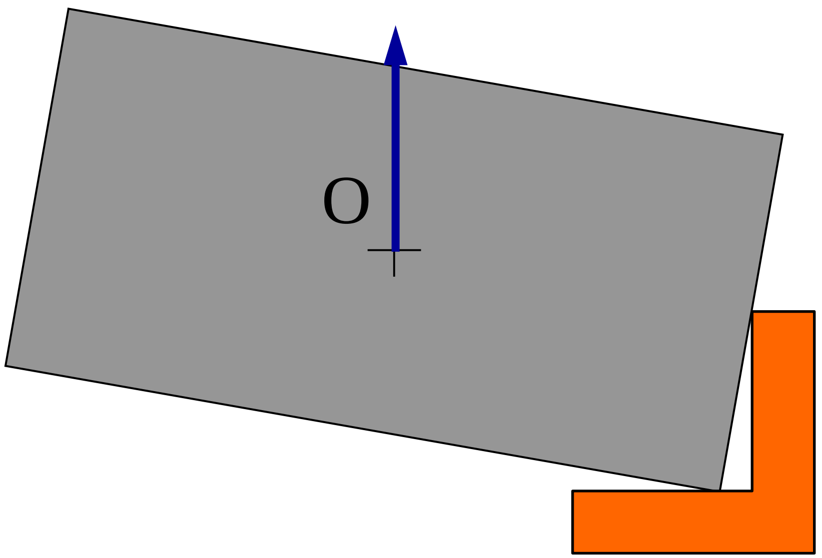
$\omega = -1$ の時

$$\begin{cases} v_{oy} \geq 1 \\ v_{oy} \geq v_{ox} + 1 \\ v_{ox} \leq 0 \end{cases}$$

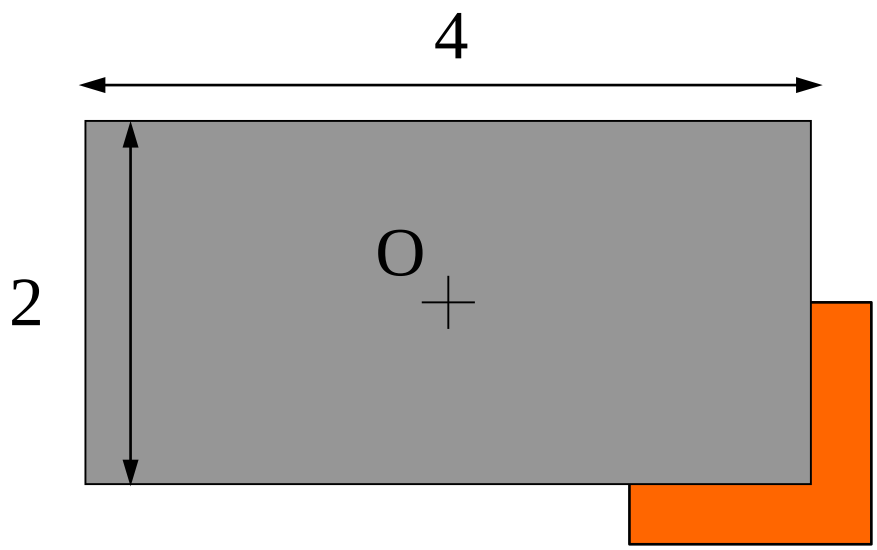




下の壁に食い込むので、上方向成分の並進速度が必要

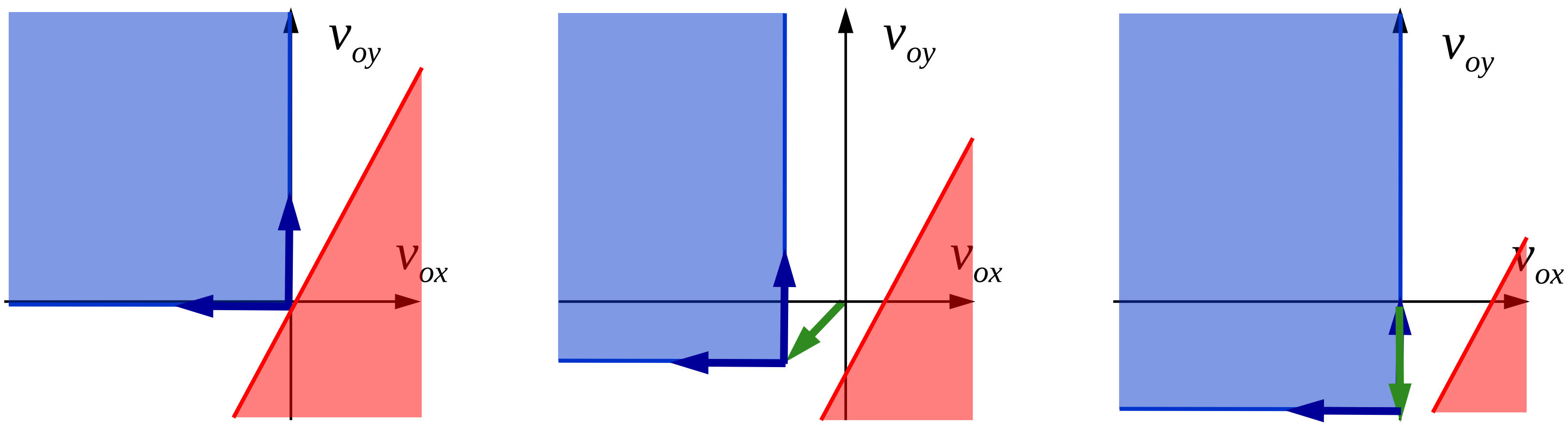


フォームクロージャ①



上図のような接触状態にある運動物体をフォームクロージャの状態にするためには、どのような接触を追加すればよいか？

フォームクロージャ② 許容運動からの考え方



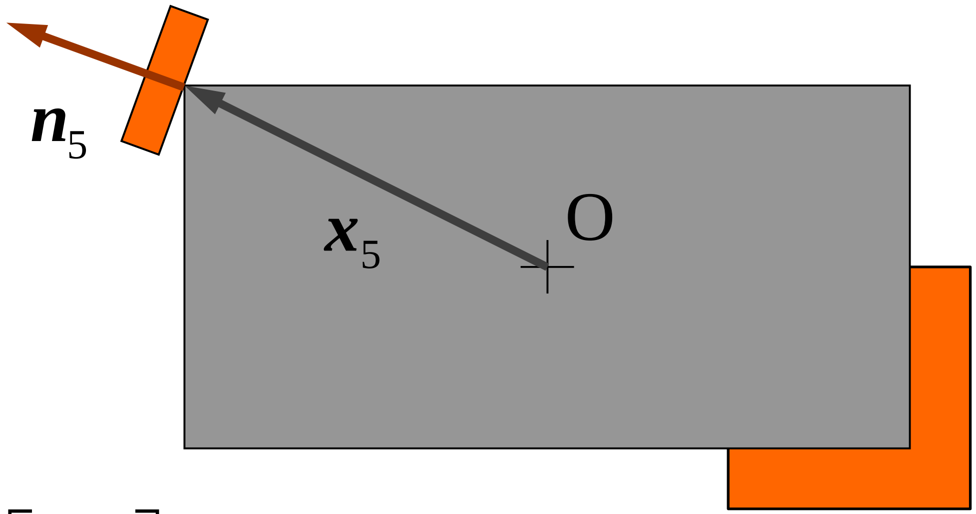
$\omega = 0$ の時　　$\omega > 0$ の時　　$\omega < 0$ の時

$$v_{oy} \le a v_{ox} + b, \quad a > 0$$

$\omega = 0$ の時、原点を通り $(b = 0)$ 、$\omega \neq 0$ の時、重ならないようにする。

→フォームクロージャ

フォームクロージャ③



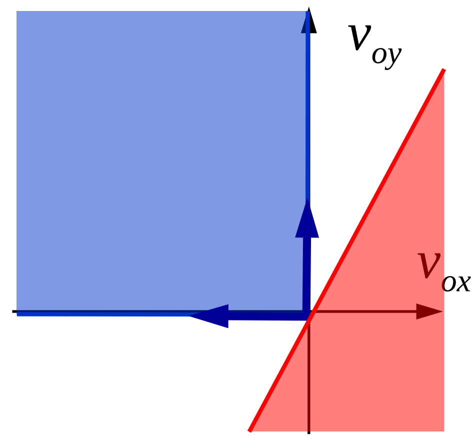
$$\boldsymbol{n}_5 = \begin{bmatrix} -\alpha \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \alpha \geq 0$$

$$\boldsymbol{x}_5 = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{v}_o + (\boldsymbol{x}_i \times \boldsymbol{n}_i) \cdot \omega \leq 0 \quad \text{より}$$

$$-\alpha v_{ox} + v_{oy} + (\alpha - 2)\omega \leq 0$$

フォームクロージャ④



$\omega = 0$ の時

$v_{oy} \le \alpha v_{ox} - (\alpha - 2)\omega$ より

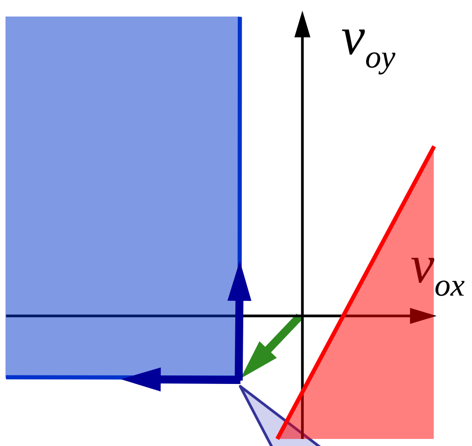
$v_{oy} \le \alpha v_{ox}$

共通部分は $v_{ox} = v_{oy} = 0$ のみ

$\omega \ne 0$ の時、共通部分がなければ、フォームクロージャとなる

フォームクロージャ⑤

$$\begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c_1, c_2 \geq 0$$



$\omega > 0$ の時

この点より下の領域となればよい。

$v_{oy} \leq \alpha v_{ox} - (\alpha - 2)\omega$ より

$v_{ox} = -\omega$ の時　$v_{oy} < -\omega$ であればよい

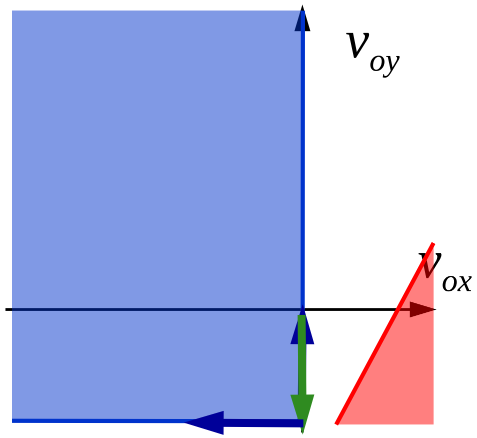
$$-\omega\alpha - (\alpha - 2)\omega = \omega(2 - 2\alpha) < -\omega$$

$\omega > 0$ なので

$$2 - 2\alpha < -1$$

$$\therefore \alpha > 1.5$$

フォームクロージャ⑥



$$\begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c_1, c_2 \geq 0$$

$v_{oy} \leq \alpha v_{ox} - (\alpha - 2)\omega$ より

$v_{ox} = 0$ の時 $v_{oy} < -2\omega$ であればよい

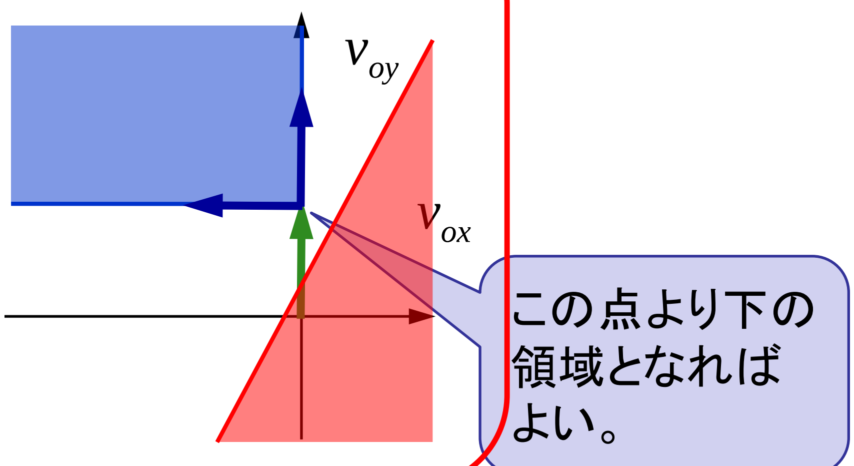
$$-(\alpha - 2)\omega < -2\omega$$

$\omega < 0$ なので

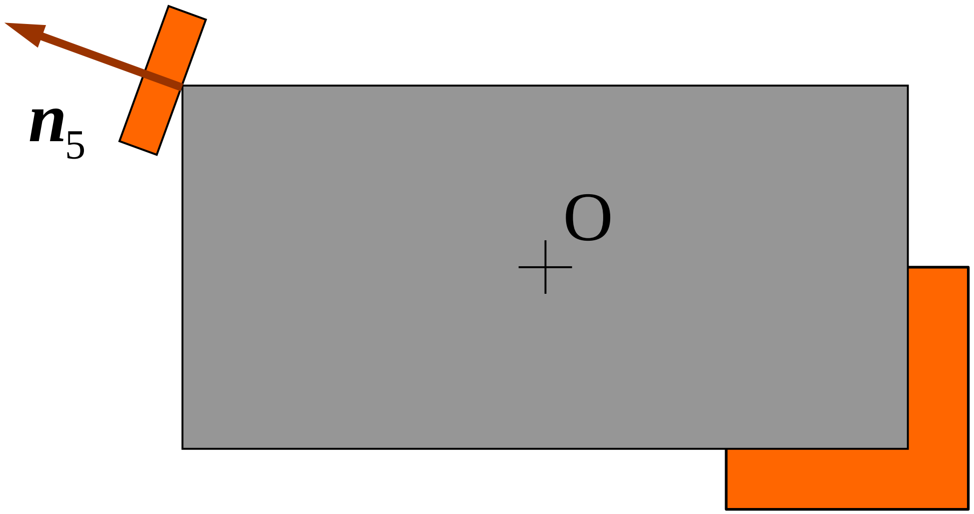
$$-\alpha + 2 > -2$$

$$\therefore \alpha < 4$$

$\omega < 0$ の時



フォームクロージャ⑦



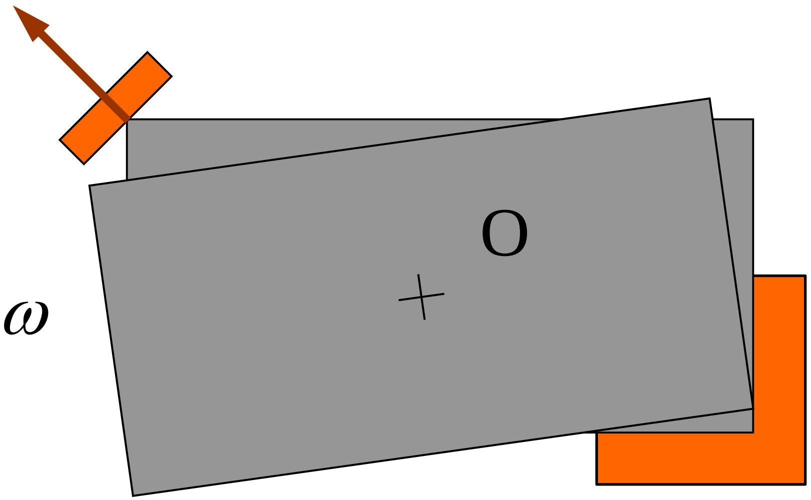
$$\boldsymbol{n}_5 = \begin{bmatrix} -\alpha \\ 1 \end{bmatrix}, \quad 1.5 < \alpha < 4$$

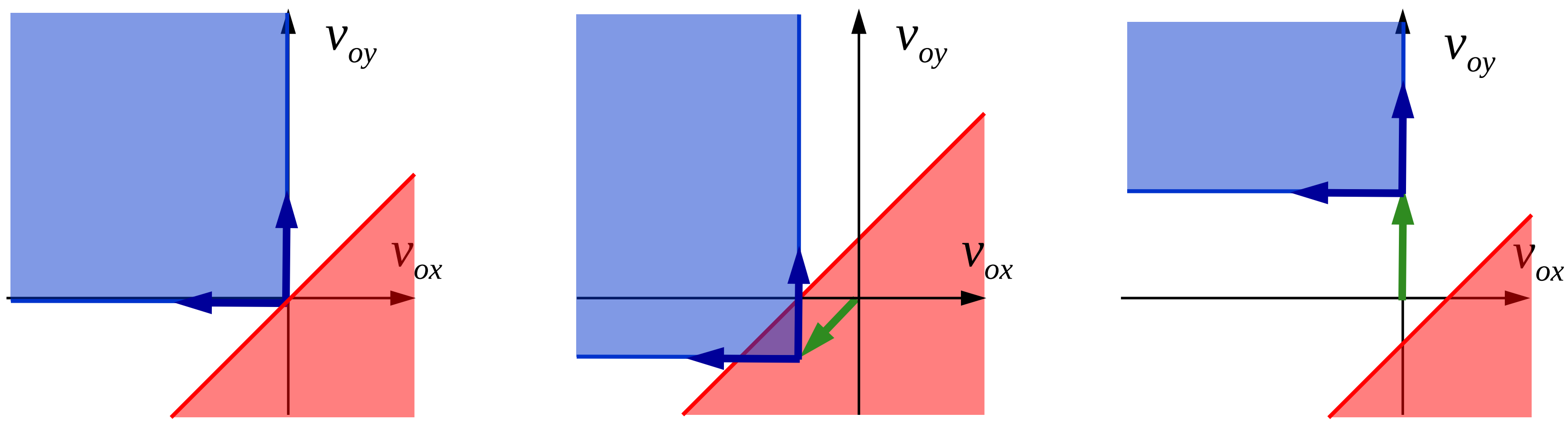
となるような固定物体を上図のように配置すればフォームクロージャとなる

フォームクロージャ⑧

$$\boldsymbol{n}_5 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$v_{oy} \leq v_{ox} + \omega$$

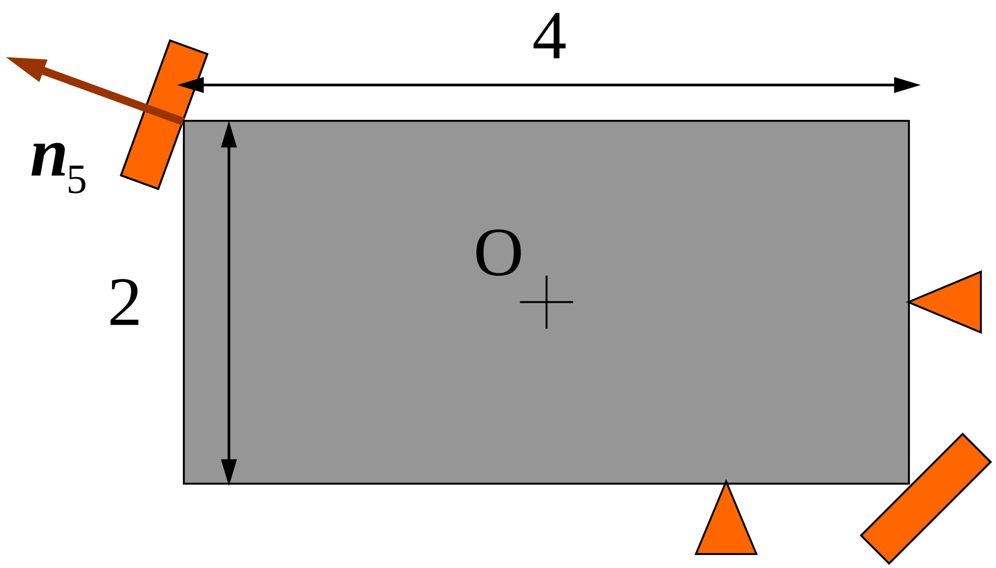




$\omega = 0$の時　　$\omega > 0$の時　　$\omega < 0$の時

条件を満たさなければフォームクロージャの状態にはならない。

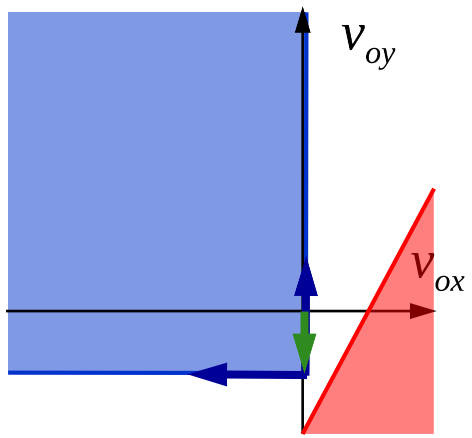
フォームクロージャ⑨



上図のような接触状態にある運動物体をフォームクロージャの状態にするためには、どのような接触を追加すればよいか？

フォームクロージャ⑩

$$\begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c_1, c_2 \geq 0$$



$\omega > 0$ の時

$v_{oy} \leq \alpha v_{ox} - (\alpha - 2)\omega$ より

$v_{ox} = 0$ の時　$v_{oy} < -\omega$ であればよい

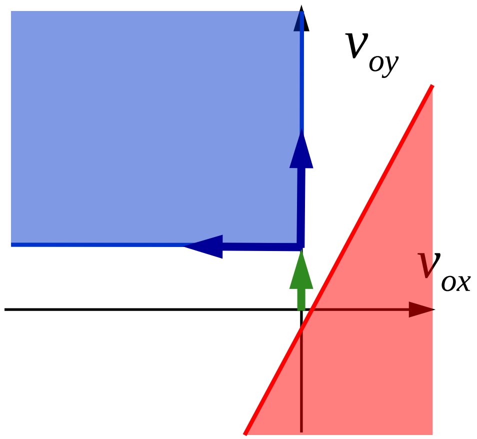
$$-(\alpha - 2)\omega < -\omega$$

$\omega > 0$ なので

$$-\alpha + 2 < -1$$

$$\therefore \alpha > 3$$

フォームクロージャ⑪



$\omega < 0$ の時

$$\begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad c_1, c_2 \geq 0$$

$v_{oy} \leq \alpha v_{ox} - (\alpha - 2)\omega$ より

$v_{ox} = 0$ の時 $v_{oy} < -\omega$ であればよい

$$-(\alpha - 2)\omega < -\omega$$

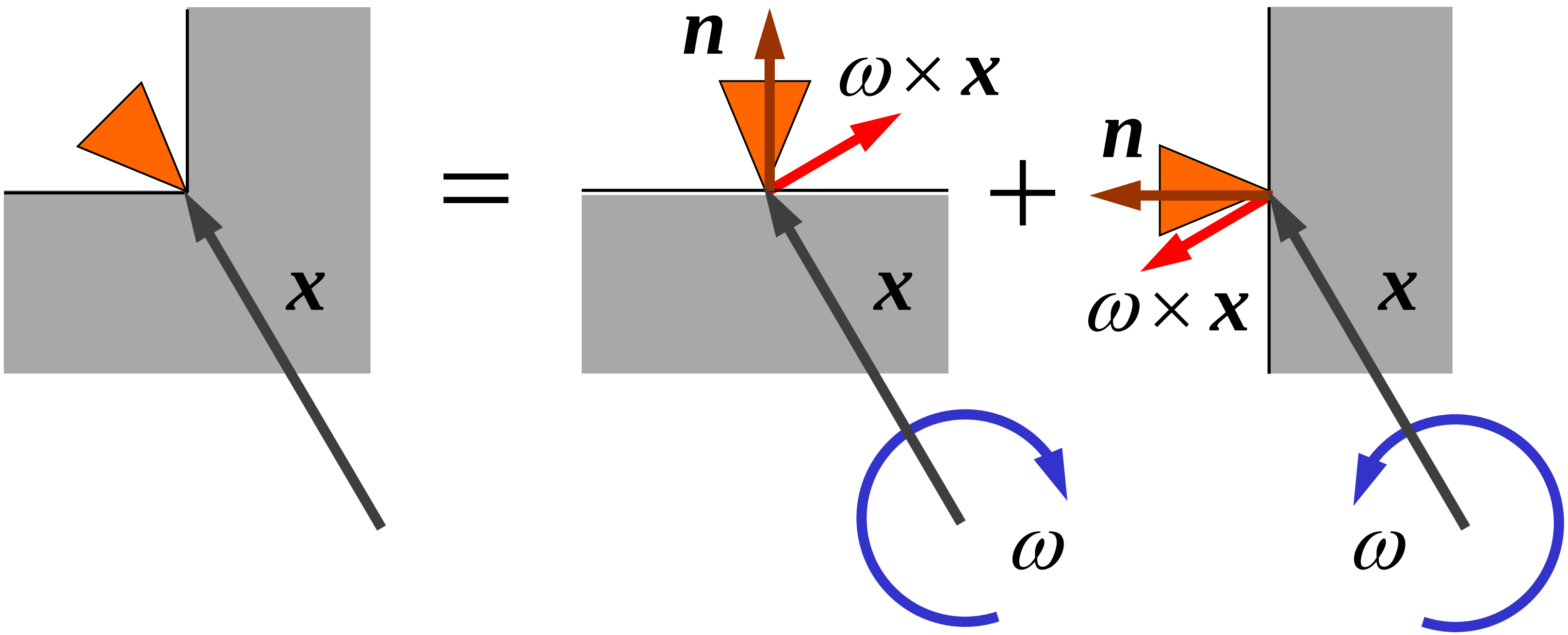
$\omega < 0$ なので

$$-\alpha + 2 > -1$$

$$\therefore \alpha < 3$$

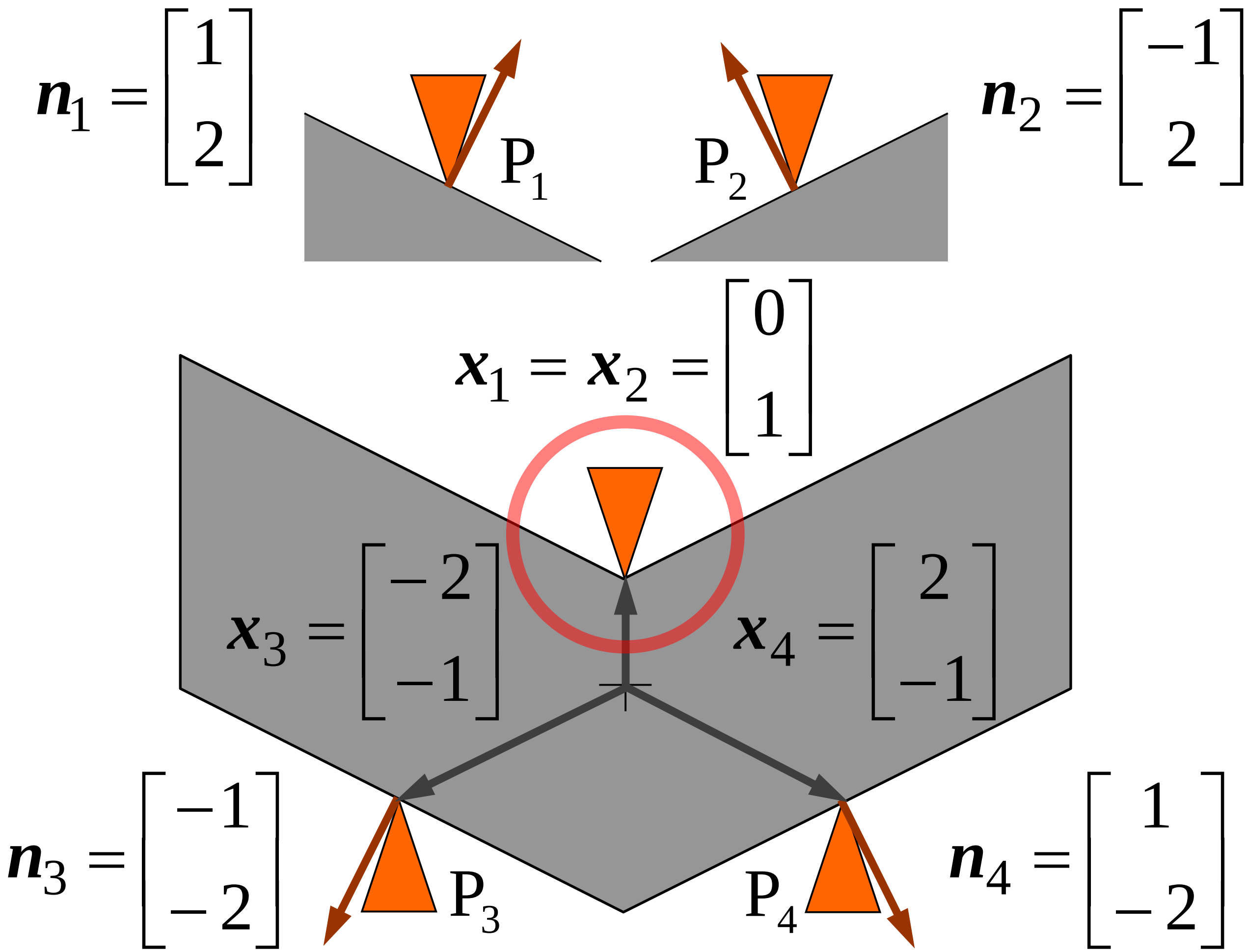
n_5で表わされる接触点を追加しただけではフォームクロージャにはならない

凸点－凹点接触の場合①



凸点－凹点接触は、凸点－稜線接触の重ね合わせとしてモデル化できる。

凸点－凹点接触の場合②



面－頂点接触の場合、運動物体の接触面外向き法線ベクトルを用いる

凸点－凹点接触の場合③　運動制約

$$\boldsymbol{n}_i \cdot \boldsymbol{v}_o + (\boldsymbol{x}_i \times \boldsymbol{n}_i) \cdot \omega \le 0$$ より

$$\mathrm{P}_1 : \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right) \omega \le 0 \qquad \therefore v_{ox} + 2v_{oy} - \omega \le 0$$

$$\mathrm{P}_2 : \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \right) \omega \le 0 \qquad \therefore -v_{ox} + 2v_{oy} + \omega \le 0$$

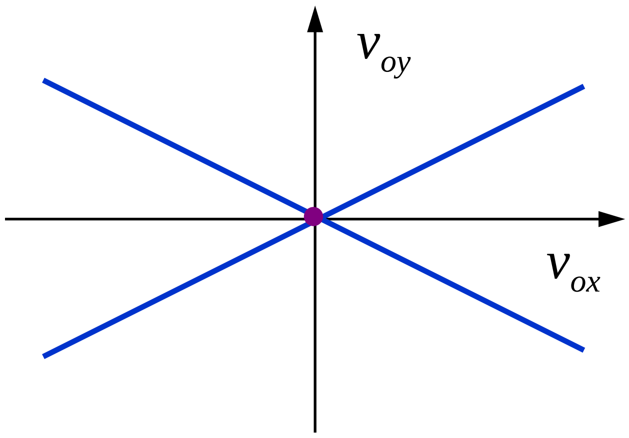
$$\mathrm{P}_3 : \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \end{bmatrix} \right) \omega \le 0 \qquad \therefore -v_{ox} - 2v_{oy} + 3\omega \le 0$$

$$\mathrm{P}_4 : \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix} \right) \omega \le 0 \qquad \therefore v_{ox} - 2v_{oy} - 3\omega \le 0$$

凸点－凹点接触の場合④　許容運動①

$\omega = 0$ の時

$$\begin{cases} v_{ox} + 2v_{oy} \le 0 \\ -v_{ox} + 2v_{oy} \le 0 \\ -v_{ox} - 2v_{oy} \le 0 \\ v_{ox} - 2v_{oy} \le 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{oy} \le -\frac{1}{2} v_{ox} \\ v_{oy} \le \frac{1}{2} v_{ox} \\ v_{oy} \ge -\frac{1}{2} v_{ox} \\ v_{oy} \ge \frac{1}{2} v_{ox} \end{cases}$$

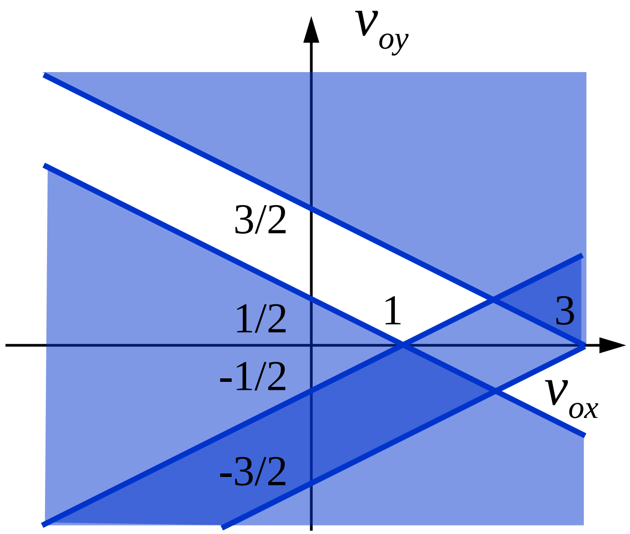


許容運動は $v_{ox} = 0, v_{oy} = 0$ のみ

凸点－凹点接触の場合⑤　許容運動②

$\omega = 1$　の時

$$
\begin{cases}
v_{ox} + 2v_{oy} - 1 \le 0 \\
-v_{ox} + 2v_{oy} + 1 \le 0 \\
-v_{ox} - 2v_{oy} + 3 \le 0 \\
v_{ox} - 2v_{oy} - 3 \le 0
\end{cases}
\Rightarrow
\begin{cases}
v_{oy} \le -\frac{1}{2} v_{ox} + \frac{1}{2} \\
v_{oy} \le \frac{1}{2} v_{ox} - \frac{1}{2} \\
v_{oy} \ge -\frac{1}{2} v_{ox} + \frac{3}{2} \\
v_{oy} \ge \frac{1}{2} v_{ox} - \frac{3}{2}
\end{cases}
$$

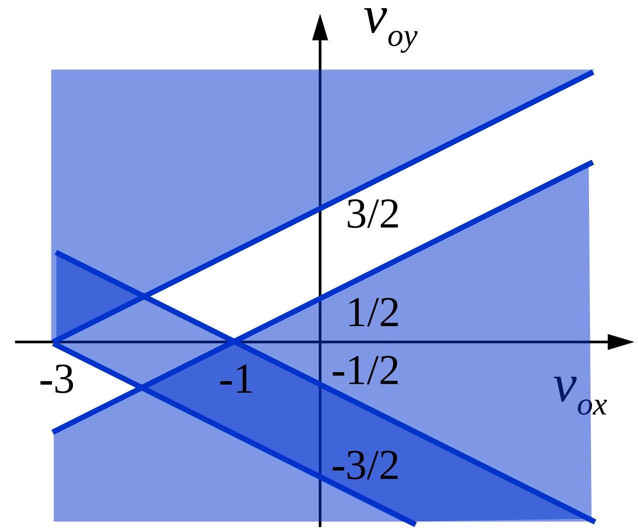


すべての制約を満たすような並進速度は存在しない

凸点－凹点接触の場合⑥　許容運動③

$\omega = -1$の時

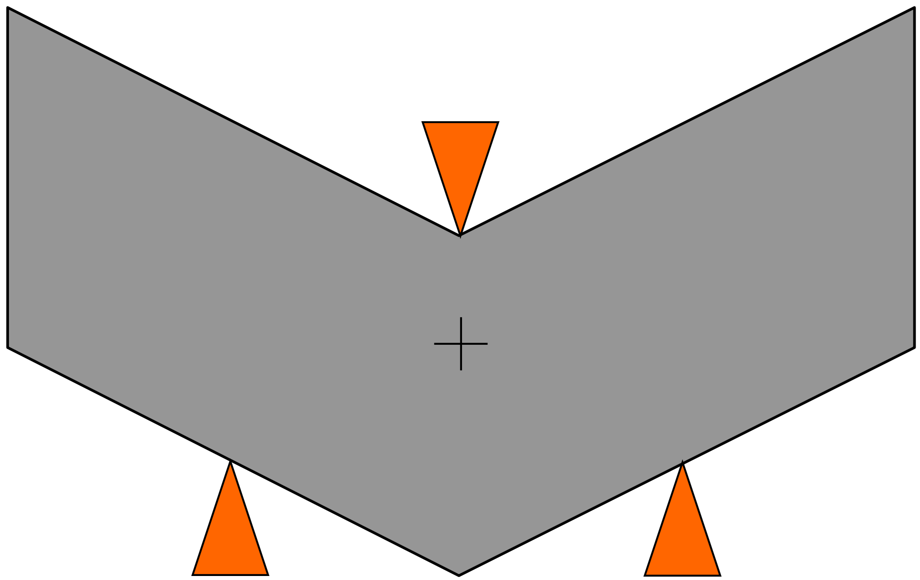
$$\begin{cases} v_{ox} + 2v_{oy} + 1 \le 0 \\ -v_{ox} + 2v_{oy} - 1 \le 0 \\ -v_{ox} - 2v_{oy} - 3 \le 0 \\ v_{ox} - 2v_{oy} + 3 \le 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_{oy} \le -\frac{1}{2}v_{ox} - \frac{1}{2} \\ v_{oy} \le \frac{1}{2}v_{ox} + \frac{1}{2} \\ v_{oy} \ge -\frac{1}{2}v_{ox} - \frac{3}{2} \\ v_{oy} \ge \frac{1}{2}v_{ox} + \frac{3}{2} \end{cases}$$



すべての制約を満たすような並進速度は存在しない

許容運動は $v_{ox} = 0, v_{oy} = 0, \omega = 0$ のみ。よって、フォームクロージャである

凸点－凹点接触の場合⑦



凸点－凹点接触をうまく利用すると、（自由度＋1）個未満の点接触でもフォームクロージャを実現できる。