ハンドリング工学特論

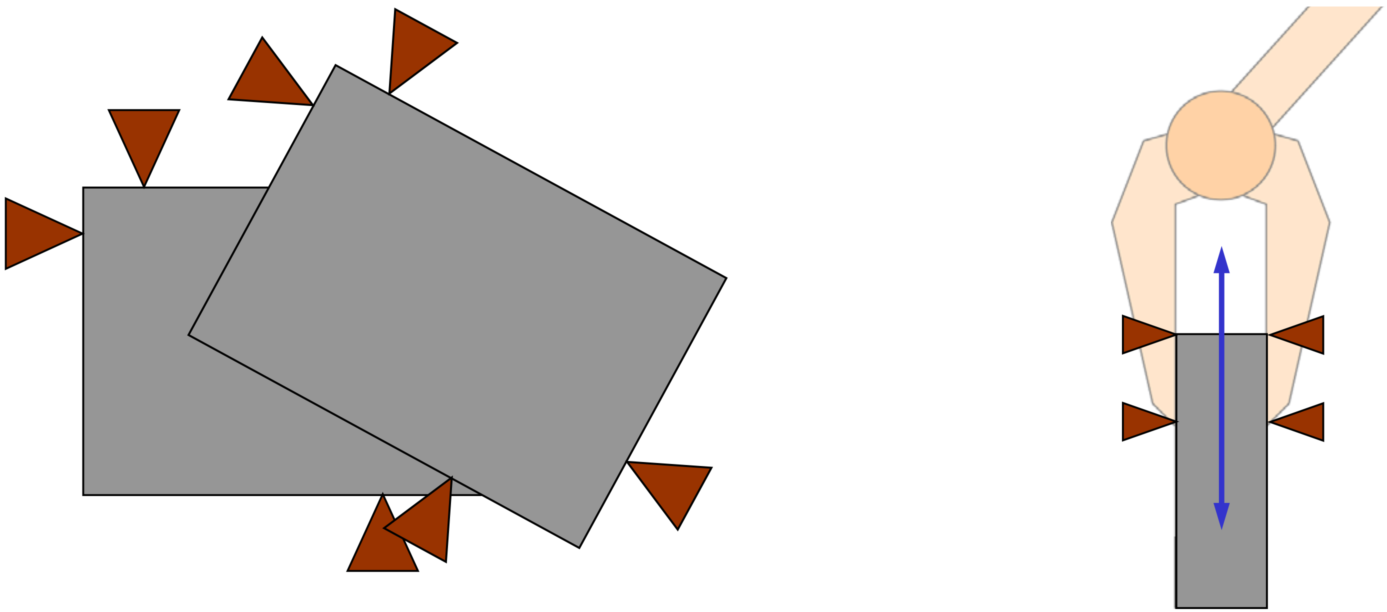
大阪大学大学院 工学研究科 マテリアル生産科学専攻
システムインテグレーション講座
生産システムインテグレーション領域
若松 栄史

6章のまとめ①

- 接触状態が異なれば、物体に加えられる運動制約も異なる（←2章）
  →具体的に、接触によってどのような制約が加えられるのか？
- 物体の運動に対する制約は、速度と角速度に関する一次不等式によって表される
- 運動制約から得られる許容運動は、凸多面錐を用いて表される
- 許容運動が静止状態のみの場合、物体はフォームクロージャの状態にある

6章のまとめ②

- フォームクロージャ：物体の運動を幾何学的に完全に拘束した状態
- ロボットハンド等により物体がフォームクロージャの状態にある時
  →ハンドを制御することにより物体を任意の位置・姿勢に制御可能



フォームクロージャではなくても
任意の制御が可能　→摩擦を利用した拘束

把　持

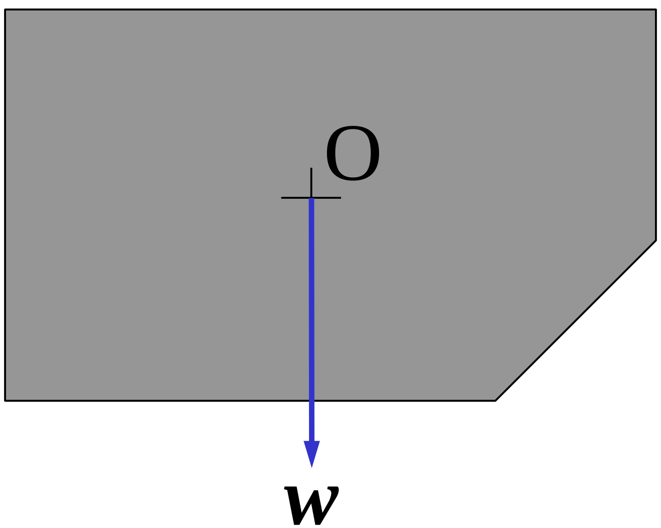
把持可能性

把持：ハンドリングにおける基本的な操作の一つ

把持が可能であるとは・・・・

- 物体に作用する力とモーメントが平衡状態にある
- 指と物体の間に滑りが生じない

→指の配置や把持力に依存する

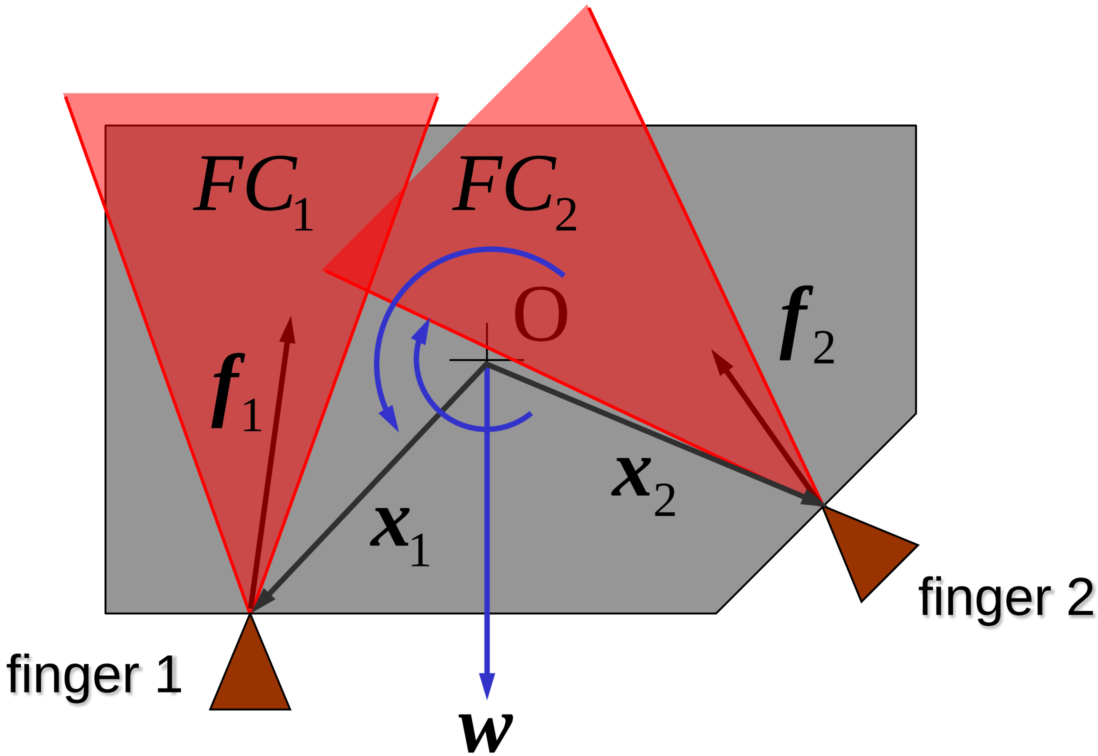


指を物体のどの位置にいくつ配置したらよいか？

それぞれの接触点において、どれだけの把持力を発揮すればよいか？

→把持を定式化し、
　把持可能性を解析的に判定

把持可能性の考察①

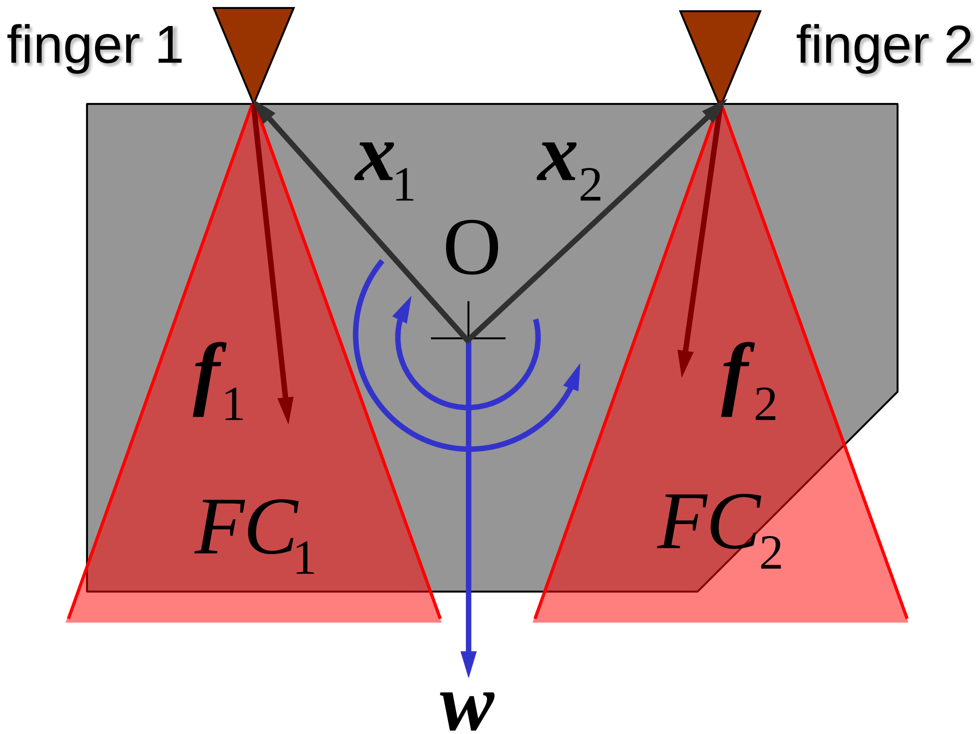


$$\boldsymbol{f}_1 + \boldsymbol{f}_2 + \boldsymbol{w} = \boldsymbol{0} \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{f}_1 \in FC_1, \boldsymbol{f}_2 \in FC_2$$

$$\boldsymbol{x}_1 \times \boldsymbol{f}_1 + \boldsymbol{x}_2 \times \boldsymbol{f}_2 = \boldsymbol{0} \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{f}_1 \in FC_1, \boldsymbol{f}_2 \in FC_2$$

→把持可能

把持可能性の考察②

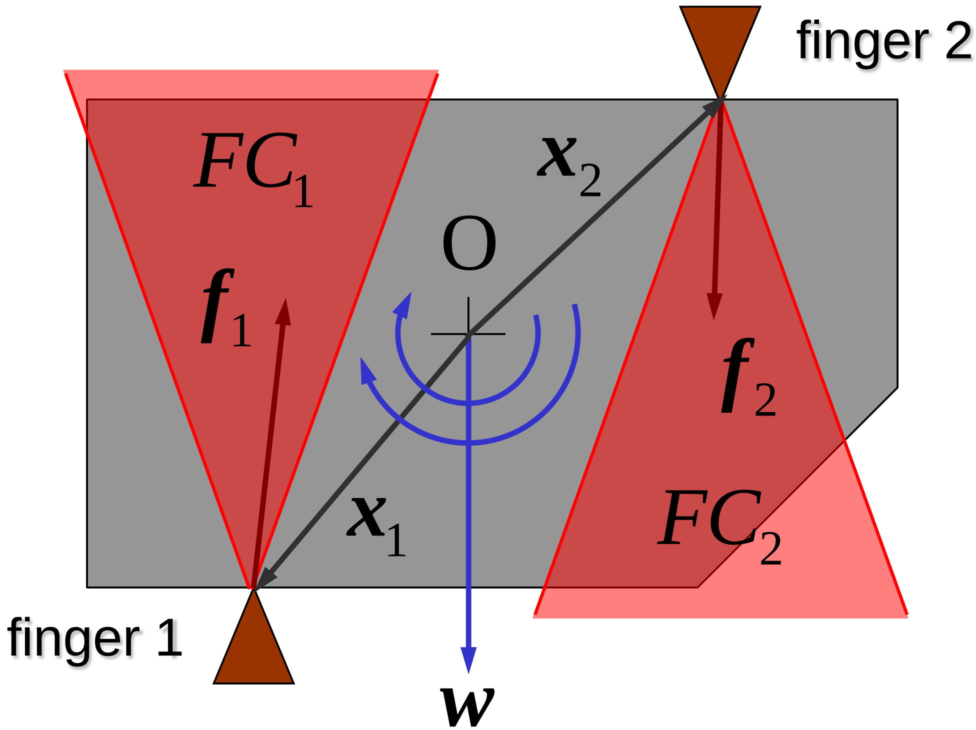


$$\cancel{\boldsymbol{f}_1 + \boldsymbol{f}_2 + \boldsymbol{w} = \boldsymbol{0} \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{f}_1 \in FC_1, \boldsymbol{f}_2 \in FC_2}$$

$$\boldsymbol{x}_1 \times \boldsymbol{f}_1 + \boldsymbol{x}_2 \times \boldsymbol{f}_2 = \boldsymbol{0} \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{f}_1 \in FC_1, \boldsymbol{f}_2 \in FC_2$$

→把持不可能

把持可能性の考察③



$$\boldsymbol{f}_1 + \boldsymbol{f}_2 + \boldsymbol{w} = \boldsymbol{0} \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{f}_1 \in FC_1, \boldsymbol{f}_2 \in FC_2$$

$$\cancel{\boldsymbol{x}_1 \times \boldsymbol{f}_1 + \boldsymbol{x}_2 \times \boldsymbol{f}_2 = \boldsymbol{0} \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{f}_1 \in FC_1, \boldsymbol{f}_2 \in FC_2}$$

→把持不可能

凸和を用いた把持可能性判定①

凸和（convex sum）:

$$FC_1 + FC_2 = \{ \boldsymbol{f}_1 + \boldsymbol{f}_2 \mid \boldsymbol{f}_1 \in FC_1, \boldsymbol{f}_2 \in FC_2 \}$$

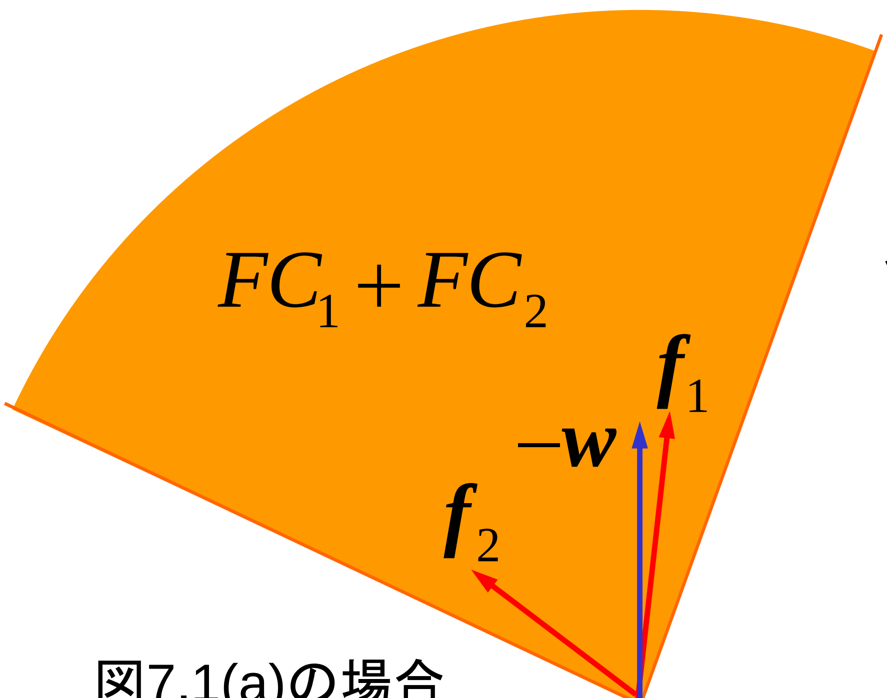


図7.1(a)の場合

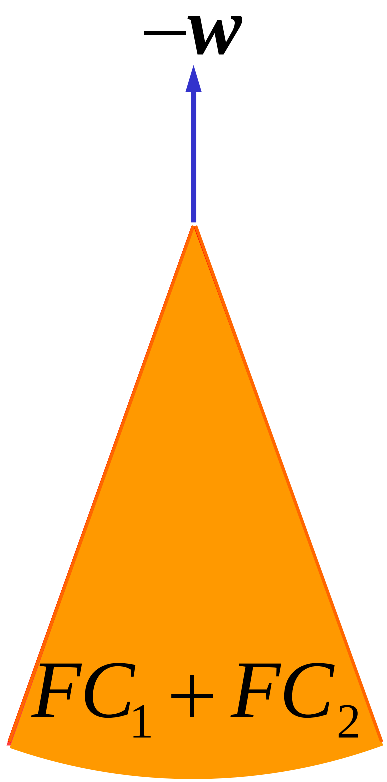
力の平衡式

$$\boldsymbol{f}_1 + \boldsymbol{f}_2 + \boldsymbol{w} = \boldsymbol{0}$$

が成立するための条件:

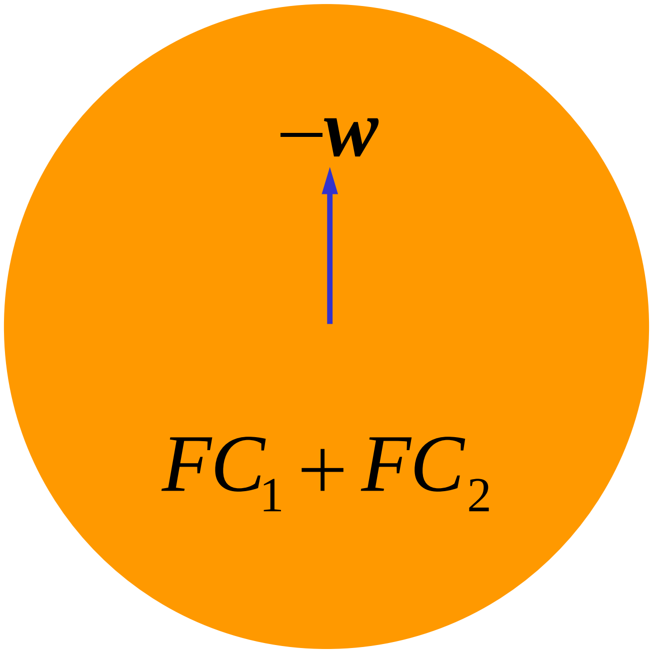
$$-\boldsymbol{w} \in FC_1 + FC_2$$

凸和を用いた把持可能性判定②



$$-\boldsymbol{w} \notin FC_1 + FC_2$$

図7.1(b)の場合



$$-\boldsymbol{w} \in FC_1 + FC_2$$

図7.1(c)の場合

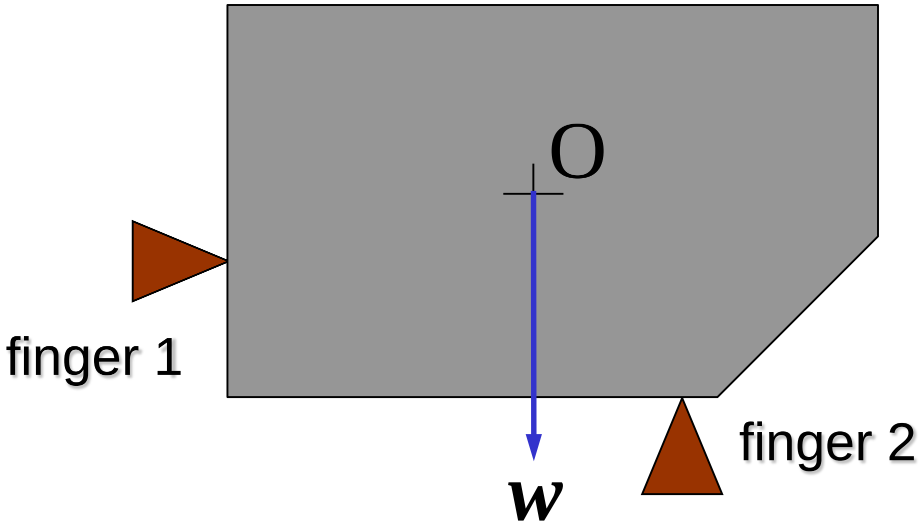
把持可能性の図的判定における問題点

力の平衡式を満たす把持力が存在するか？

→摩擦錐の凸和を作図することにより判定可能

モーメントの平衡式を満たす把持力が存在するか？

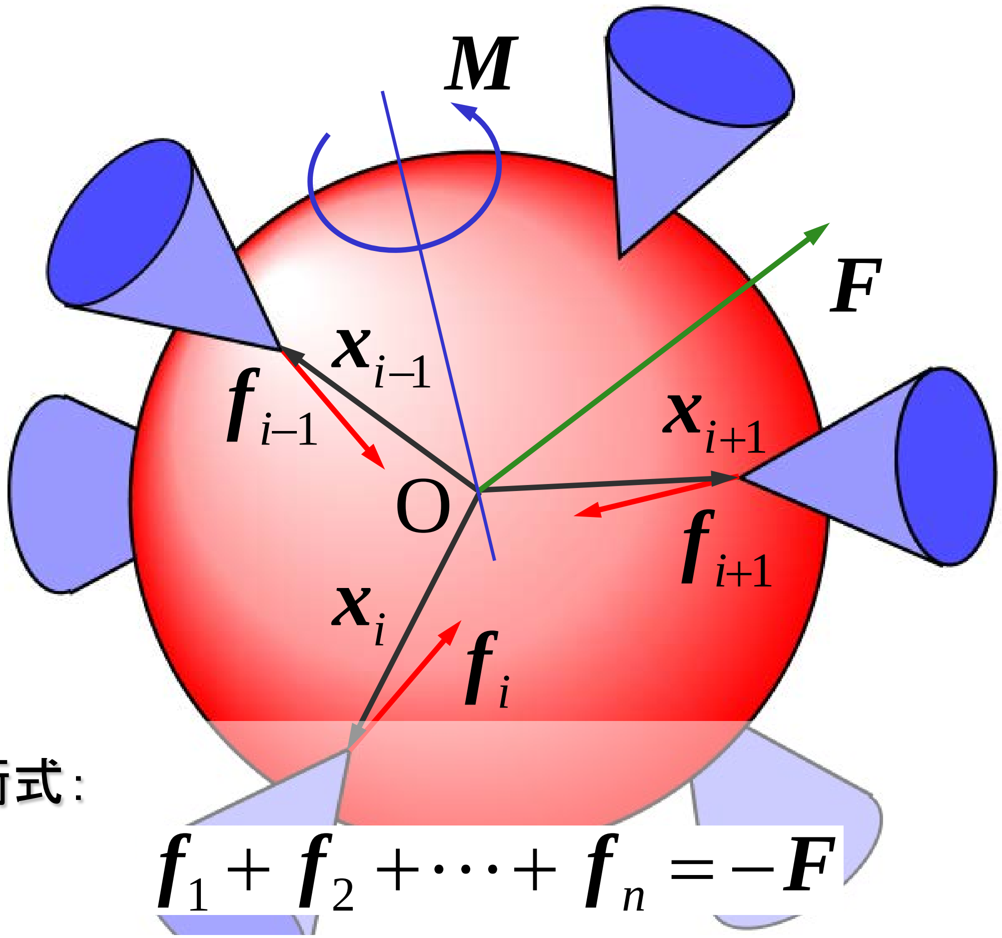
→作図による判定は容易ではない



把持可能か？

→把持を定式化し、
把持可能性を解析的に判定

把持の定式化①

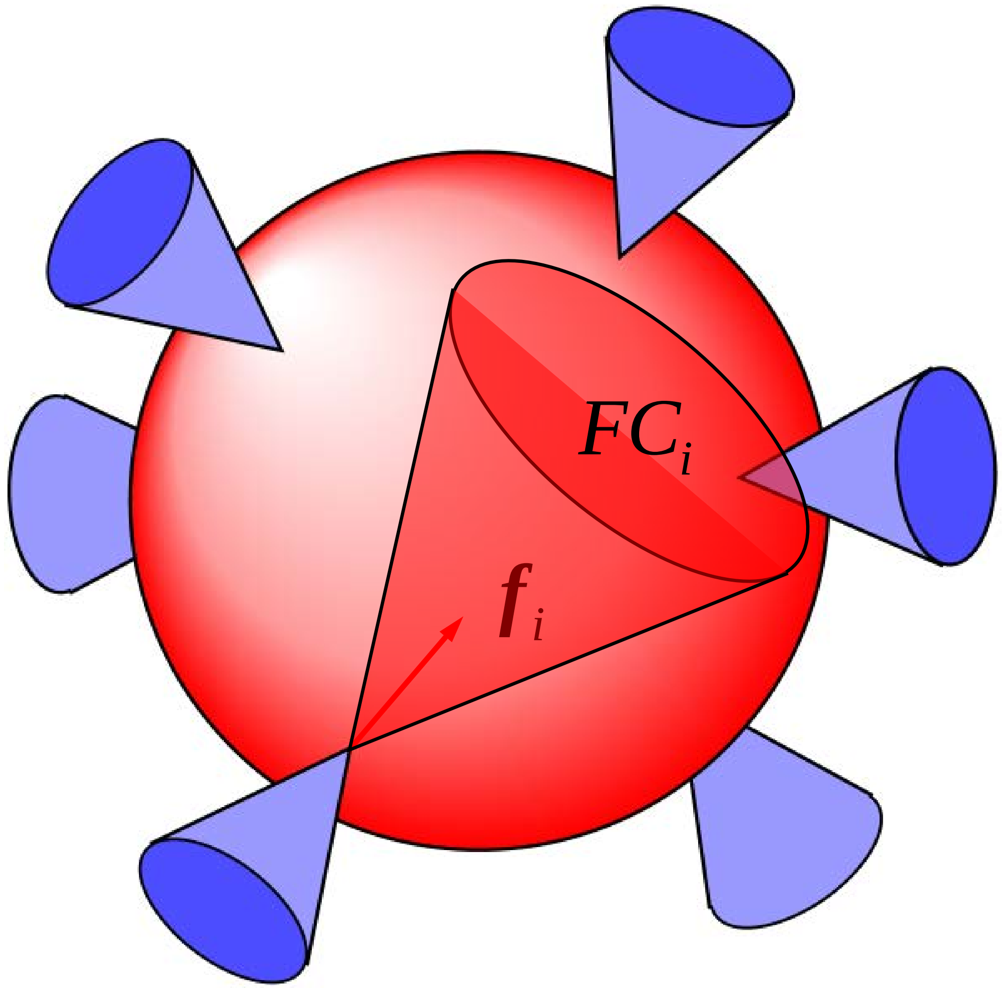


平衡式:

$$f_1 + f_2 + \cdots + f_n = -F$$

$$x_1 \times f_1 + x_2 \times f_2 + \cdots + x_n \times f_n = -M$$

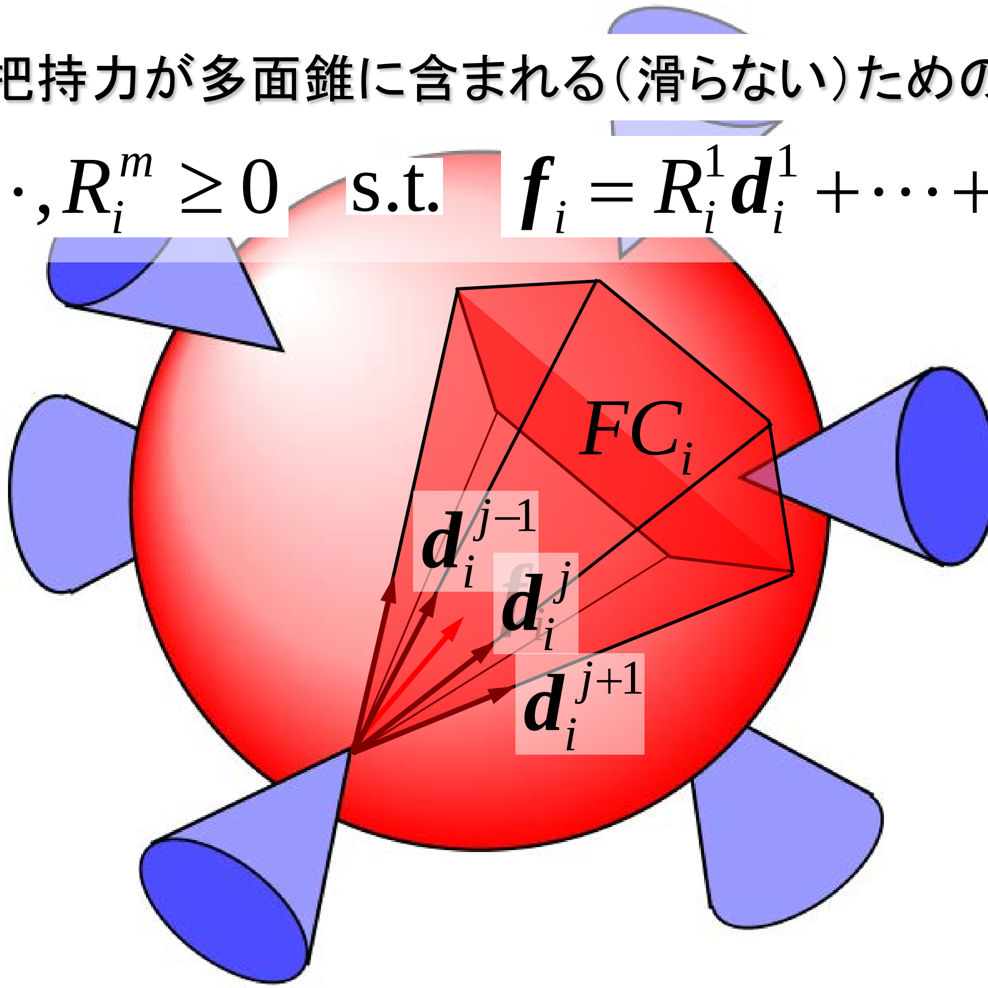
把持の定式化②ー1



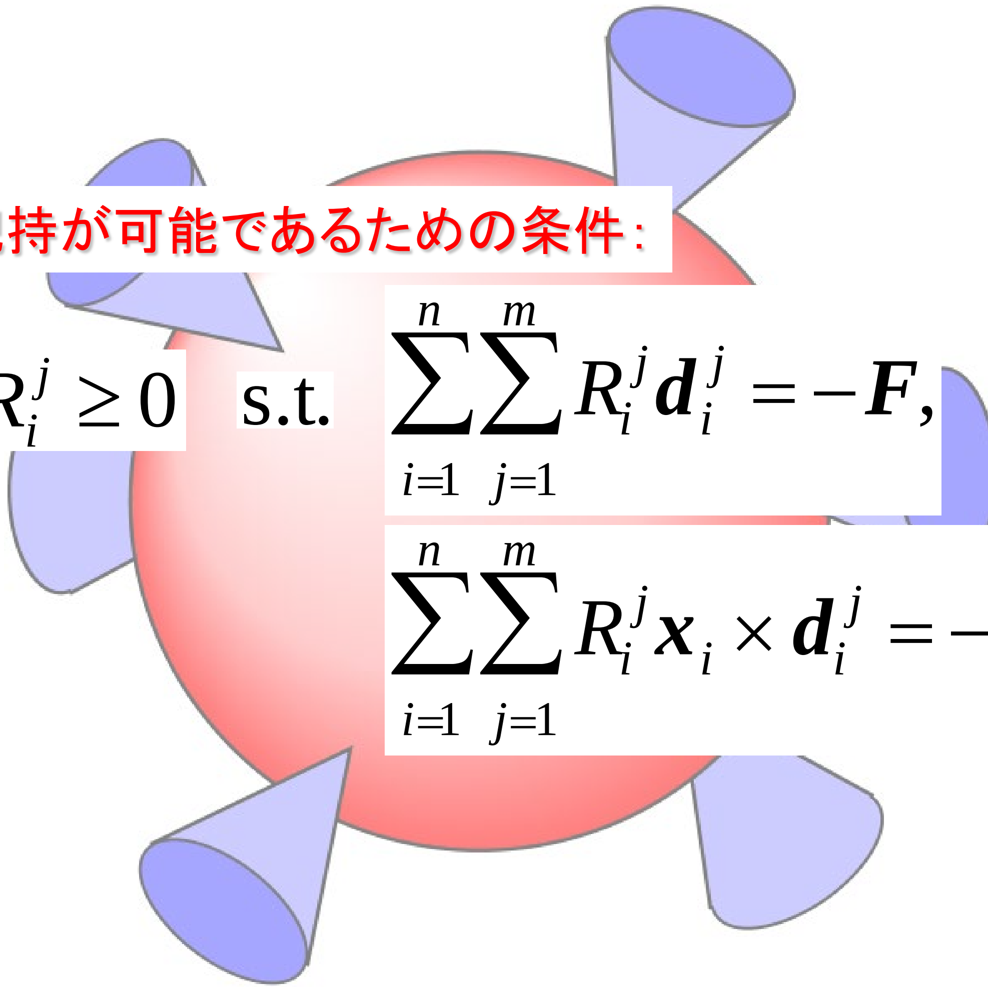
把持の定式化②ー2

把持力が多面錐に含まれる(滑らない)ための条件:

$$\exists R_i^1, \cdots, R_i^m \geq 0 \quad \text{s.t.} \quad \boldsymbol{f}_i = R_i^1 \boldsymbol{d}_i^1 + \cdots + R_i^m \boldsymbol{d}_i^m$$



把持の定式化③



把持が可能であるための条件:

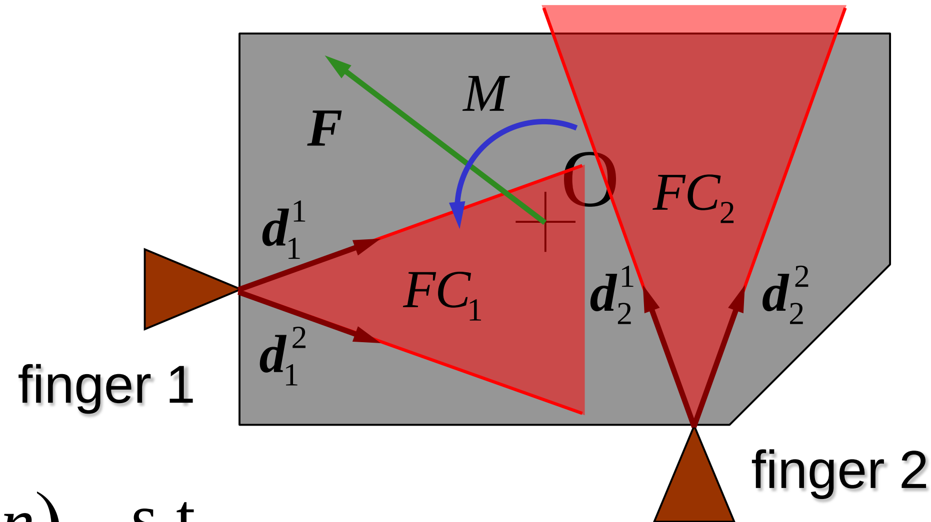
$$\exists R_i^j \ge 0 \quad \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} R_i^j \boldsymbol{d}_i^j = -\boldsymbol{F},$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} R_i^j \boldsymbol{x}_i \times \boldsymbol{d}_i^j = -\boldsymbol{M}$$

平面内の把持

摩擦錐FC_iの稜線ベクトル:

$$\boldsymbol{d}_i^1 = \begin{bmatrix} d_{ix}^1 \\ d_{iy}^1 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{d}_i^2 = \begin{bmatrix} d_{ix}^2 \\ d_{iy}^2 \end{bmatrix}$$

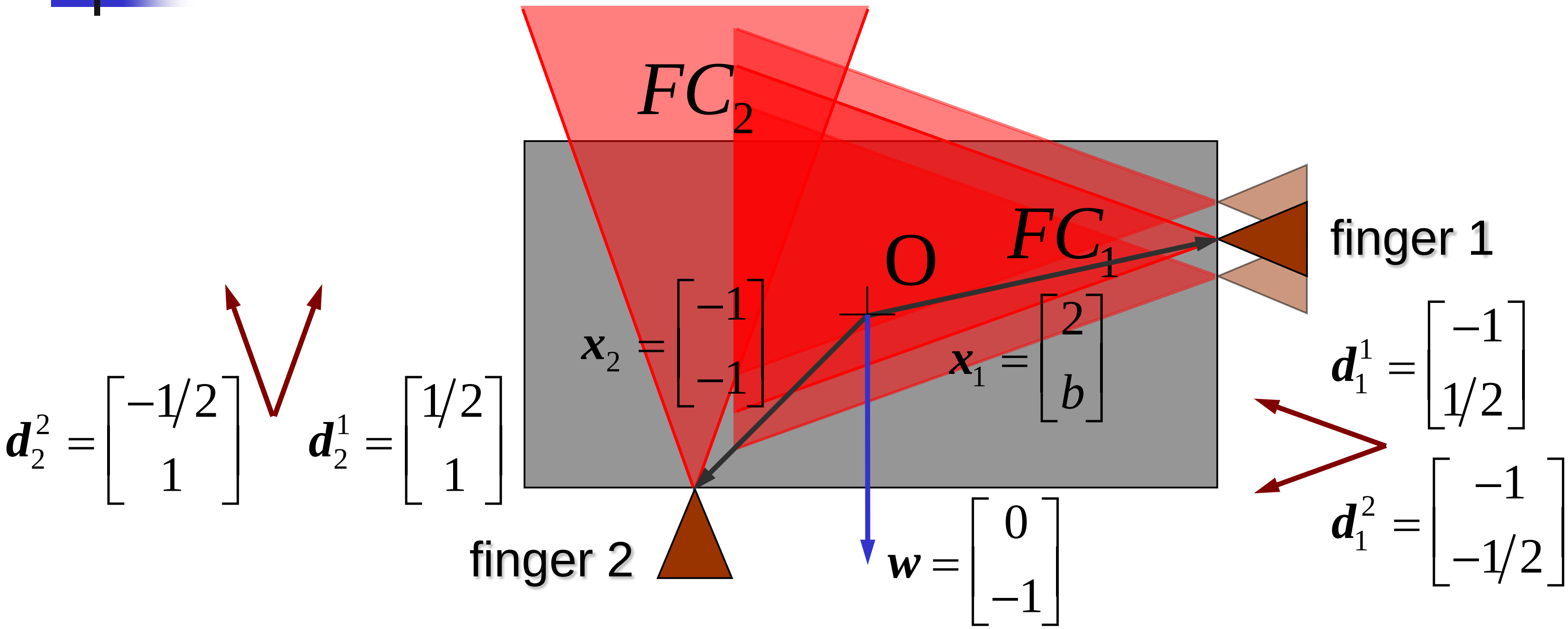


$$\exists R_i^1, R_i^2 \geq 0 \ (i = 1, 2, \cdots, n) \quad \text{s.t.}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left(R_i^1 \begin{bmatrix} d_{ix}^1 \\ d_{iy}^1 \end{bmatrix} + R_i^2 \begin{bmatrix} d_{ix}^2 \\ d_{iy}^2 \end{bmatrix} \right) = -\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left(R_i^1 \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d_{ix}^1 \\ d_{iy}^1 \end{bmatrix} + R_i^2 \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d_{ix}^2 \\ d_{iy}^2 \end{bmatrix} \right) = -M$$

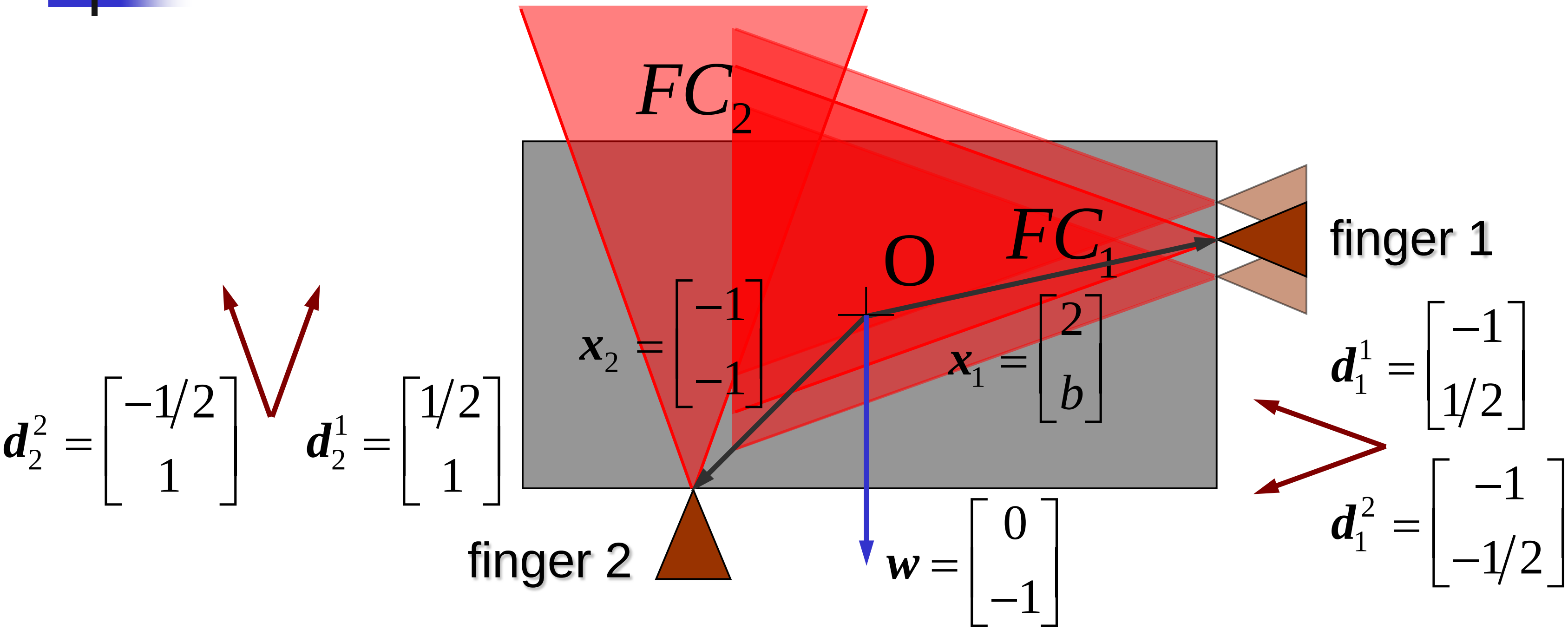
把持可能性判定の例①ー1



$$R_1^1\begin{bmatrix} -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + R_1^2\begin{bmatrix} -1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^1\begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \end{bmatrix} + R_2^2\begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$R_1^1\begin{bmatrix} 2 \\ b \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + R_1^2\begin{bmatrix} 2 \\ b \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^1\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \end{bmatrix} + R_2^2\begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$$

把持可能性判定の例①－2

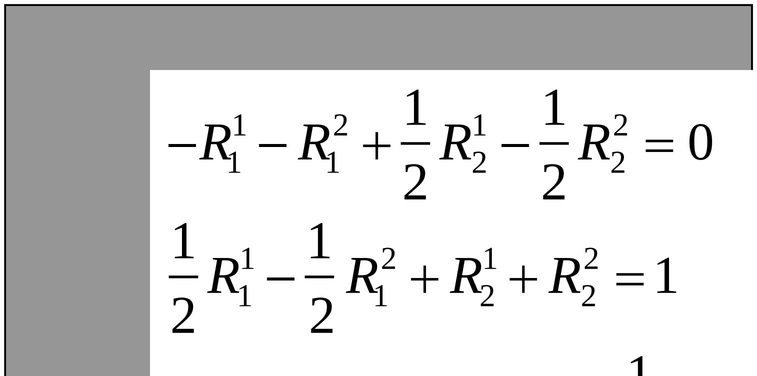


$$-R_1^1 - R_1^2 + \frac{1}{2}R_2^1 - \frac{1}{2}R_2^2 = 0$$

$$\frac{1}{2}R_1^1 - \frac{1}{2}R_1^2 + R_2^1 + R_2^2 = 1$$

$$(b+1)R_1^1 + (b-1)R_1^2 - \frac{1}{2}R_2^1 - \frac{3}{2}R_2^2 = 0$$

把持可能性判定の例②



$b = \frac{1}{4}$ の時

$$-R_1^1 - R_1^2 + \frac{1}{2}R_2^1 - \frac{1}{2}R_2^2 = 0$$

$$\frac{1}{2}R_1^1 - \frac{1}{2}R_1^2 + R_2^1 + R_2^2 = 1$$

$$(b+1)R_1^1 + (b-1)R_1^2 - \frac{1}{2}R_2^1 - \frac{3}{2}R_2^2 = 0$$

⇒

$$R_1^2 = 11R_1^1 - 4$$

$$R_2^1 = \frac{29}{2}R_1^1 - \frac{9}{2}$$

$$R_2^2 = -\frac{19}{2}R_1^1 + \frac{7}{2}$$

$R_1^1, R_1^2, R_2^1, R_2^2 \geq 0$ であるためには、

$$R_1^1 \geq 0,\quad 11R_1^1 - 4 \geq 0,\quad 29R_1^1 - 9 \geq 0,\quad -19R_1^1 + 7 \geq 0$$

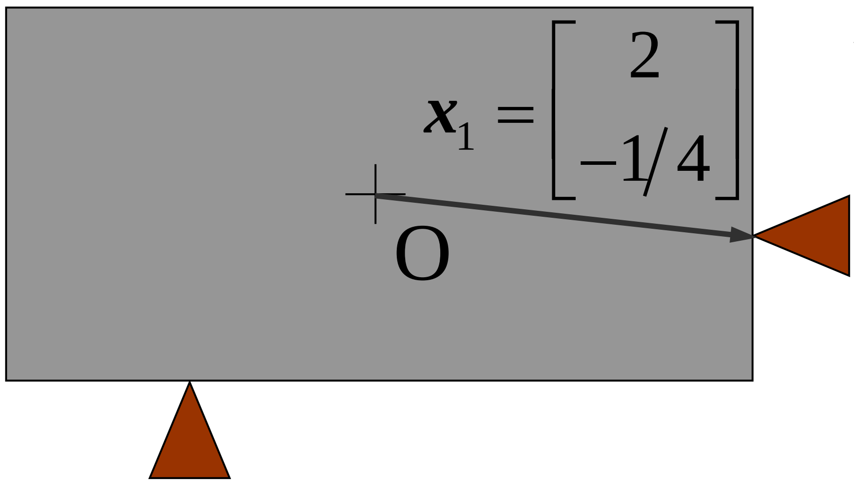
が満たされなくてはならない

$$R_1^1 \geq \frac{4}{11} = 0.3636\cdots,\quad R_1^1 \geq \frac{9}{29} = 0.3103\cdots,\quad R_1^1 \leq \frac{7}{19} = 0.3684\cdots$$

$$\therefore \frac{4}{11} \leq R_1^1 \leq \frac{7}{19}$$

→把持可能

把持可能性判定の例③



$b = -\frac{1}{4}$ の時

$$R_1^2 = 3R_1^1 - \frac{4}{3}$$

$$R_2^1 = \frac{9}{2}R_1^1 - \frac{7}{6}$$

$$R_2^2 = -\frac{7}{2}R_1^1 + \frac{3}{2}$$

$R_1^1, R_1^2, R_2^1, R_2^2 \geq 0$　であるためには、

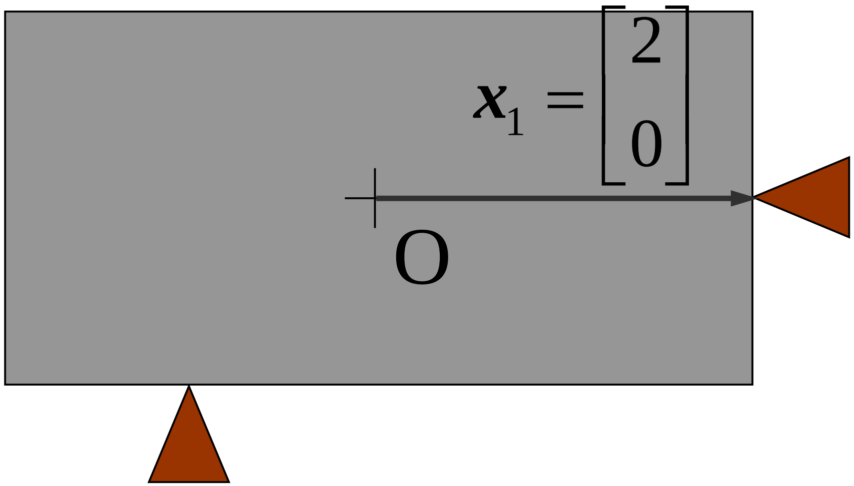
$$R_1^1 \geq 0, \quad 9R_1^1 - 4 \geq 0, \quad 27R_1^1 - 7 \geq 0, \quad -7R_1^1 + 3 \geq 0$$

が満たされなくてはならない

$$R_1^1 \geq \frac{4}{9} = 0.4444\cdots, \quad R_1^1 \geq \frac{7}{27} = 0.2592\cdots, \quad R_1^1 \leq \frac{3}{7} = 0.4285\cdots$$

全ての条件を満たすR_1^1は存在しない　→把持不可能

把持可能性判定の例④



$b \approx 0$ の時

$$(1-2b)R_1^2 = (5+2b)R_1^1 - 2$$
$$(1-2b)R_2^1 = (7+b)R_1^1 - (2+b)$$
$$(1-2b)R_2^2 = -(5-b)R_1^1 + (2-b)$$

$R_1^1, R_1^2, R_2^1, R_2^2 \geq 0$ 　であるためには、

$$\begin{cases} R_1^1 \geq 0 \\ R_1^1 \geq 2/(5+2b) \\ R_1^1 \geq (2+b)/(7+b) \\ R_1^1 \leq (2-b)/(5-b) \end{cases}$$

が満たされなくてはならない

把持可能性判定の例⑤

$$\begin{cases} R_1^1 \geq 0 & \text{…制約式①} \\ R_1^1 \geq 2/(5+2b) & \text{…制約式②} \\ R_1^1 \geq (2+b)/(7+b) & \text{…制約式③} \\ R_1^1 \leq (2-b)/(5-b) & \text{…制約式④} \end{cases}$$

（制約式③の右辺）ー（制約式②の右辺）より

$$\frac{2+b}{7+b} - \frac{2}{5+2b} = \frac{(2+b)(5+2b)-2(7+b)}{\boxed{(7+b)(5+2b)}} \longrightarrow |b| << 1 \text{ より分母は正}$$

分子 : $2b^2+7b-4=(2b-1)(b+4)$ 　$|b|<<1$ より分子は負

∴bの値に関わらず、（制約式③の右辺）ー（制約式②の右辺）は負

→（制約式②の右辺）は$R_1{}^1$の下限

把持可能性判定の例⑥

$$\begin{cases} R_1^1 \geq 0 & \text{…制約式①} \\ R_1^1 \geq 2/(5+2b) & \text{…制約式②} \\ R_1^1 \geq (2+b)/(7+b) & \text{…制約式③} \\ R_1^1 \leq (2-b)/(5-b) & \text{…制約式④} \end{cases}$$

（制約式④の右辺）ー（制約式②の右辺）より

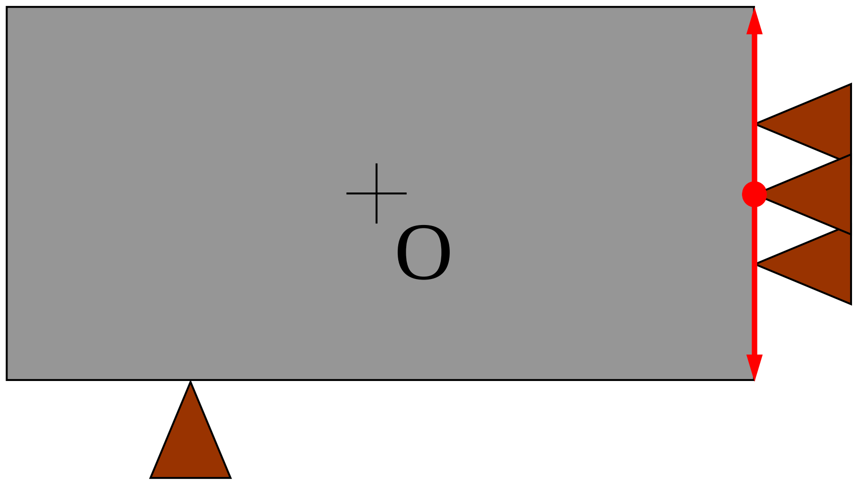
$$\frac{2-b}{5-b} - \frac{2}{5+2b} = \frac{(2-b)(5+2b) - 2(5-b)}{\boxed{(5-b)(5+2b)}} \longrightarrow |b| << 1 \quad \text{より分母は正}$$

分子： $-2b^2 + b = b\underbrace{(-2b+1)}_{\text{正}}$

$$\begin{cases} b > 0 \text{ の時（制約式④の右辺）ー（制約式②の右辺）は正} \\ b = 0 \text{ の時（制約式④の右辺）ー（制約式②の右辺）は0} \\ b < 0 \text{ の時（制約式④の右辺）ー（制約式②の右辺）は負} \end{cases}$$

（制約式④の右辺）はR_1^1の上限　　→b<0の時、解は存在しない

把持可能性判定の例⑦



$b > 0$ の時　　把持可能

把持位置が微小量ずれても把持可能→安定把持

$b < 0$ の時　　把持不可能

$b = 0$ の時　　把持可能

把持位置が微小量ずれると把持不可能に→不安定

把持可能性の6次元ベクトル表現①

把持が可能であるための条件：

$$\exists R_i^j \geq 0 \quad \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} R_i^j \boldsymbol{d}_i^j = -\boldsymbol{F},$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} R_i^j \boldsymbol{x}_i \times \boldsymbol{d}_i^j = -\boldsymbol{M}$$

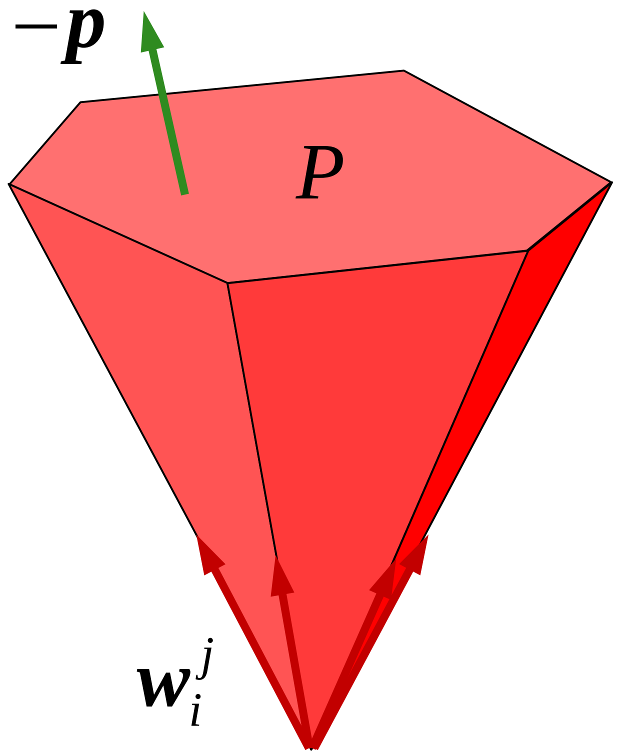
$$\boldsymbol{p} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{F} \\ \boldsymbol{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix}$$

$$\Downarrow$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} R_i^j \begin{bmatrix} \boldsymbol{d}_i^j \\ \boldsymbol{x}_i \times \boldsymbol{d}_i^j \end{bmatrix} = -\boldsymbol{p}$$

$$\exists R_i^j \geq 0 \quad \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} R_i^j \boldsymbol{w}_i^j = -\boldsymbol{p} \quad \text{where} \quad \boldsymbol{w}_i^j = \begin{bmatrix} \boldsymbol{d}_i^j \\ \boldsymbol{x}_i \times \boldsymbol{d}_i^j \end{bmatrix}$$

把持可能性の6次元ベクトル表現②



凸多面錐P:

指が物体に加えることのできる力とモーメントの組の集合

→許容力集合（admissible force set）

$-\boldsymbol{p} \in P$ ならば把持可能

$$\exists R_i^j \geq 0 \ \text{ s.t. } \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} R_i^j \boldsymbol{w}_i^j = -\boldsymbol{p} \quad \text{where} \quad \boldsymbol{w}_i^j = \begin{bmatrix} \boldsymbol{d}_i^j \\ \boldsymbol{x}_i \times \boldsymbol{d}_i^j \end{bmatrix}$$