



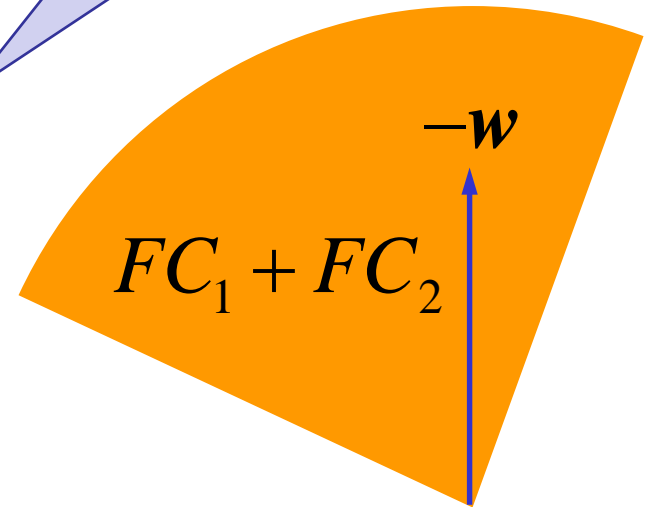
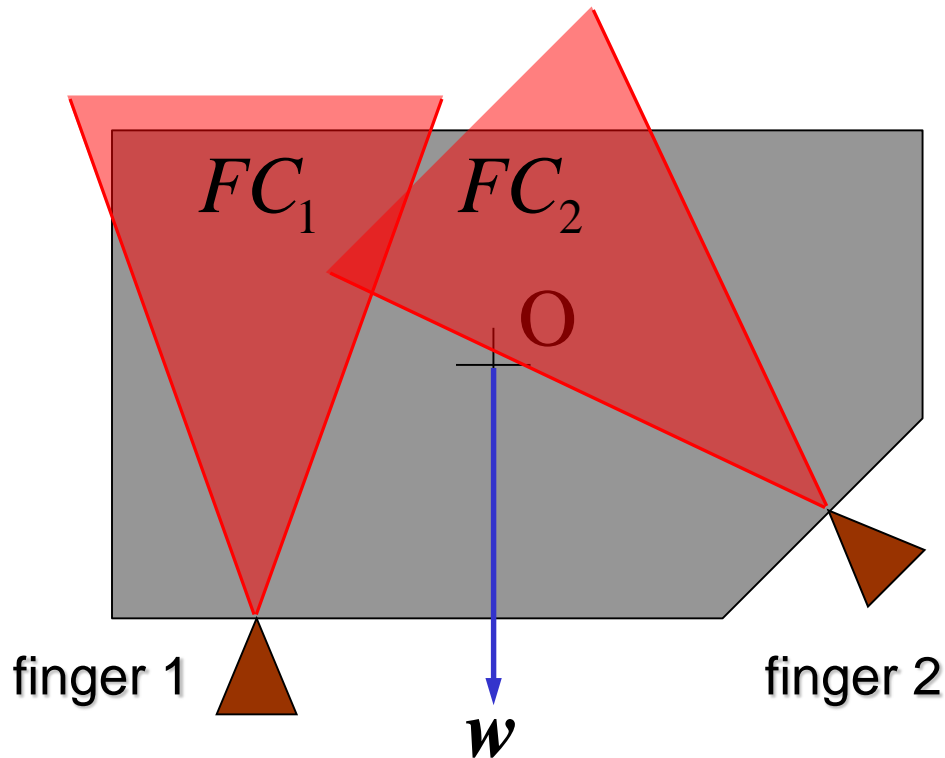
ハンドリング工学特論

大阪大学大学院 工学研究科 マテリアル生産科学専攻
システムインテグレーション講座
生産システムインテグレーション領域
若松 栄史



姿勢と把持条件①

前回の資料において、この状態は把持可能でしたが...

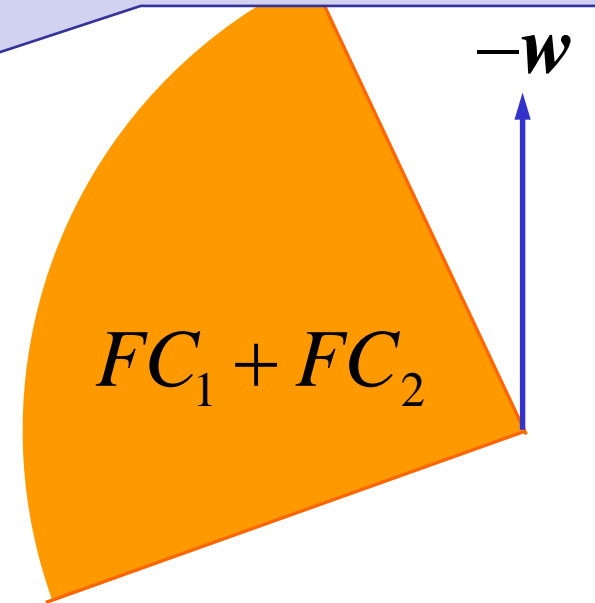
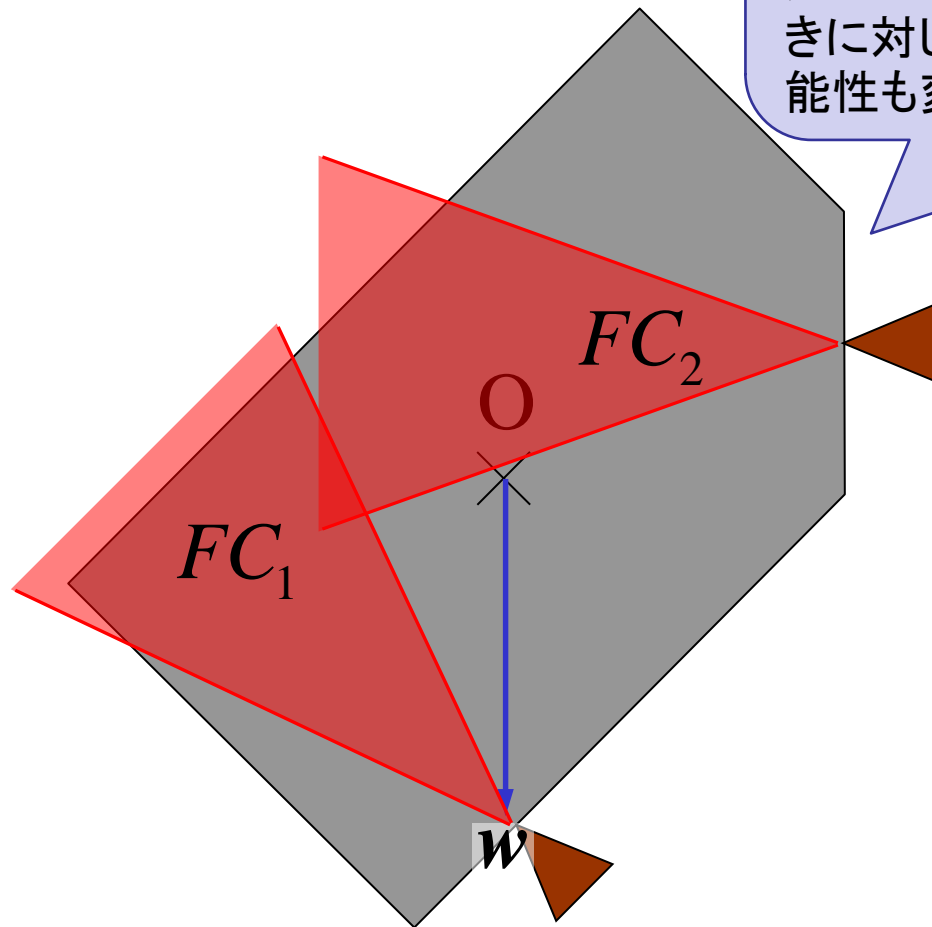


$$-w \in FC_1 + FC_2$$



姿勢と把持条件②

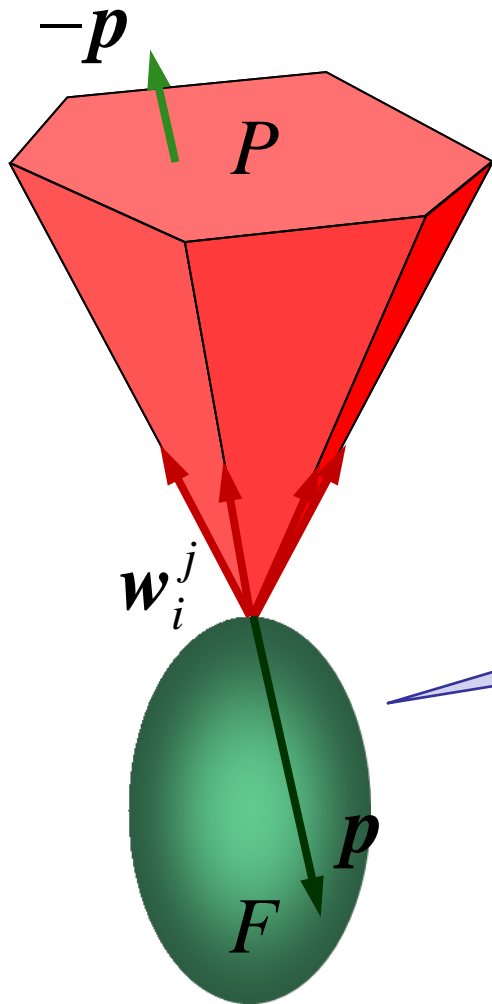
(外力の向きは変わらなくても)物体と指の姿勢が変われば、把持不可能になります。これは、把持可能性が、その時の外力のみで判定されていることを意味します。(摩擦錐の向きに対して)外力の向きが変われば、把持可能性も変化します。



$-w \notin FC_1 + FC_2$
→把持不可能



許容力集合と外力／モーメント集合①



様々な外力

(慣性力・遠心力・衝撃力)

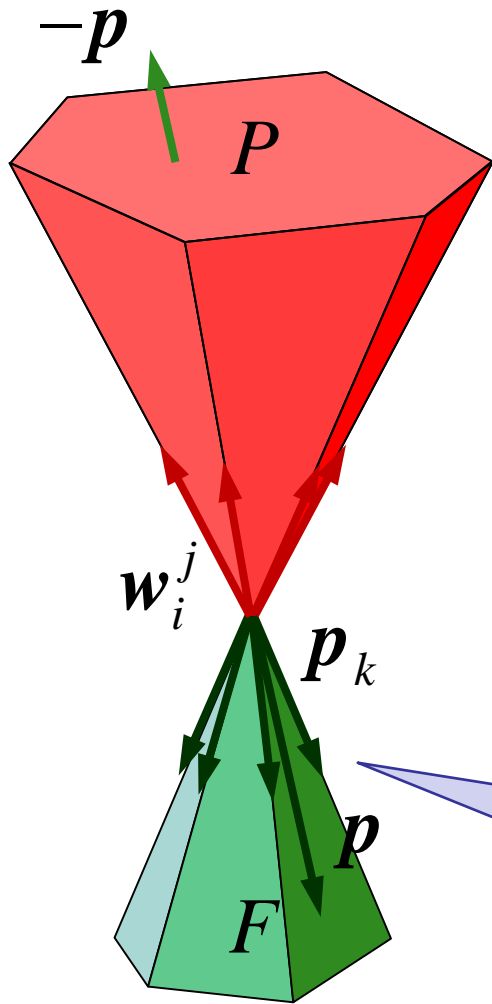
が作用する場合

$p \in F$: 外力とモーメントの組の集合

領域 F は、 p の取り得る範囲です。 p は領域 F の範囲内でのみ変化するものとします。



許容力集合と外力／モーメント集合②



様々な外力

(慣性力・遠心力・衝撃力)

が作用する場合

$p \in F$: 外力とモーメントの組の集合

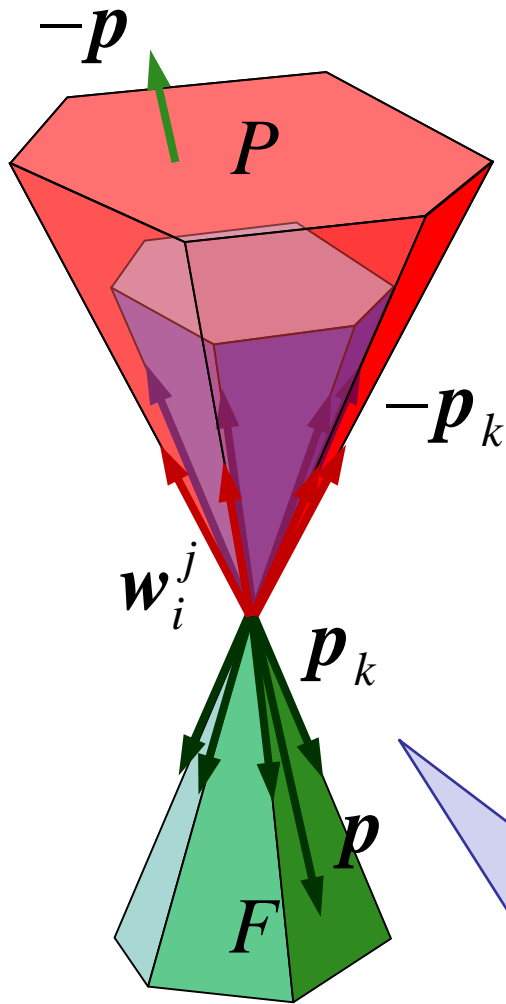
F が凸多面錐の場合

$$p = \sum_k r_k p_k \quad r_1, r_2, \dots, r_k \geq 0$$

その領域 F が、凸多面錐で表されるとすると、その稜線ベクトル p_k を定義できます。



許容力集合と外力／モーメント集合③



様々な外力

(慣性力・遠心力・衝撃力)

が作用する場合

$p \in F$: 外力とモーメントの組の集合

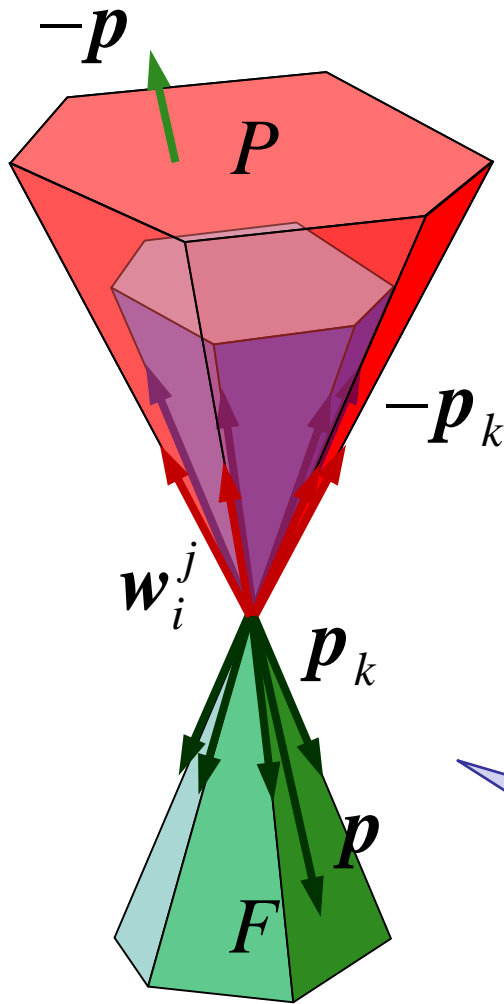
F が凸多面錐の場合

$$p = \sum_k r_k p_k \quad r_1, r_2, \dots, r_k \geq 0$$

p が緑の錐の中でのみ変化するなら、 $-p$ は青い錐の中でのみ変化します。青い凸多面錐の稜線ベクトルは $-p_k$ となります。ということは、外力が様々な変化したとしても、把持可能であるためには、青い錐が赤い錐の内部にあればいいこととなります。



許容力集合と外力／モーメント集合④



様々な外力

(慣性力・遠心力・衝撃力)

が作用する場合

$p \in F$: 外力とモーメントの組の集合

F が凸多面錐の場合

$$p = \sum_k r_k p_k \quad r_1, r_2, \dots, r_k \geq 0$$

$$-p_1, -p_2, \dots, -p_k \in P$$

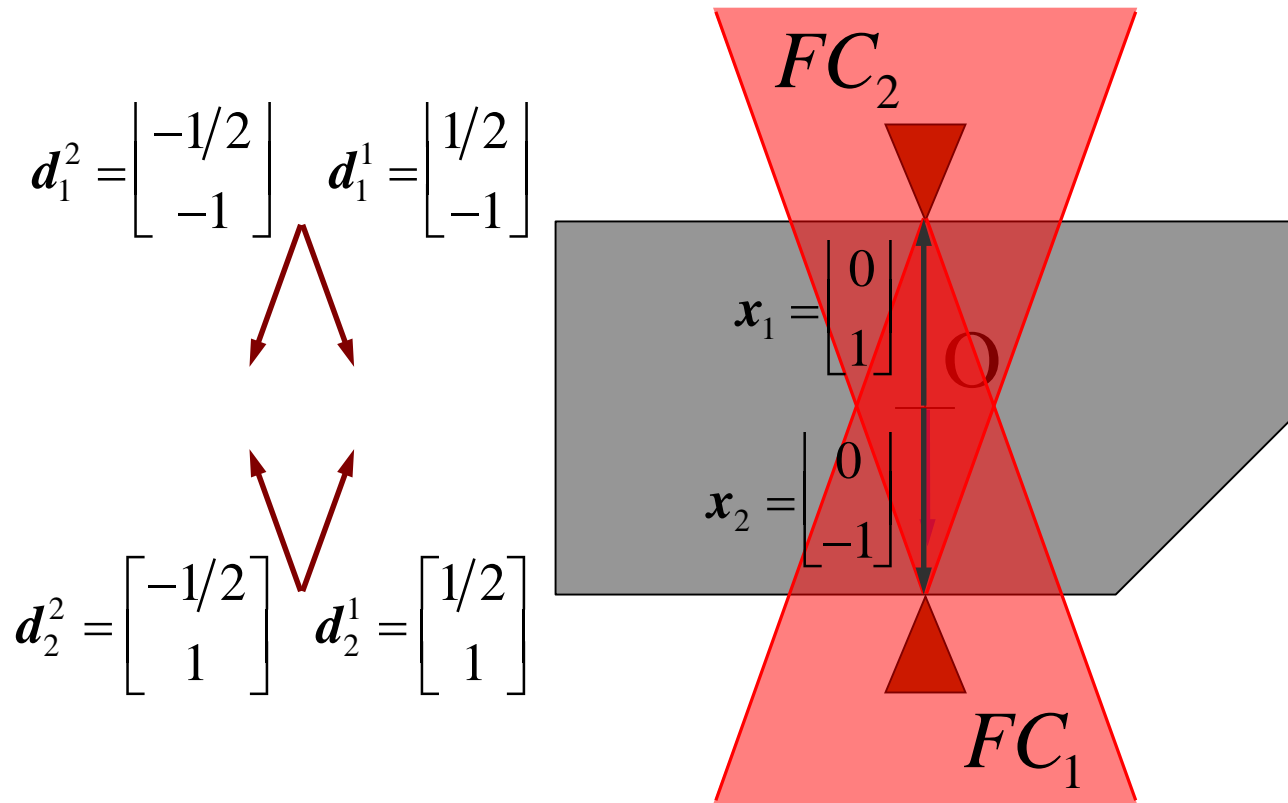
ならば**把持可能**

青い錐が赤い錐の内部にあるためには、青い錐の稜線ベクトルの全てが、赤い錐の内部にある必要があります。



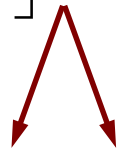
フォースクロージャ

ハンドリング物体に作用する任意の外力に対して、力とモーメントの平衡式が成り立つ状態 → **フォースクロージャ (force closure)**



フォースクロージャの判定①

$$d_1^2 = \begin{bmatrix} -1/2 \\ -1 \end{bmatrix} \quad d_1^1 = \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \end{bmatrix}$$



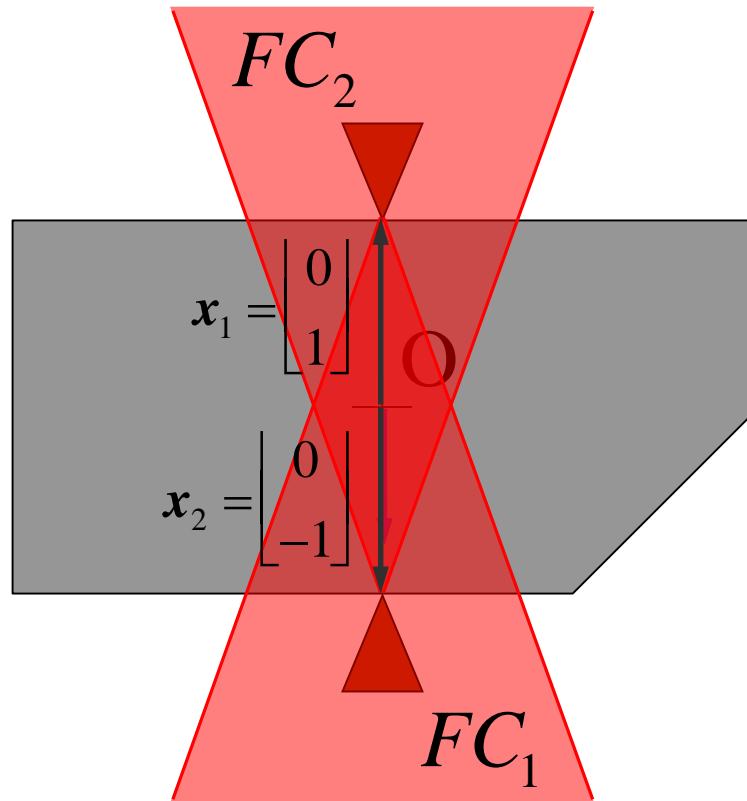
$$d_2^2 = \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad d_2^1 = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \end{bmatrix}$$



三次元ベクトル w_i^j :

$$w_i^j = \begin{bmatrix} d_i^j \\ x_i \times d_i^j \end{bmatrix} \quad \text{より}$$

$$w_1^1 = \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix}, w_1^2 = \begin{bmatrix} -1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{bmatrix}, w_2^1 = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix}, w_2^2 = \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

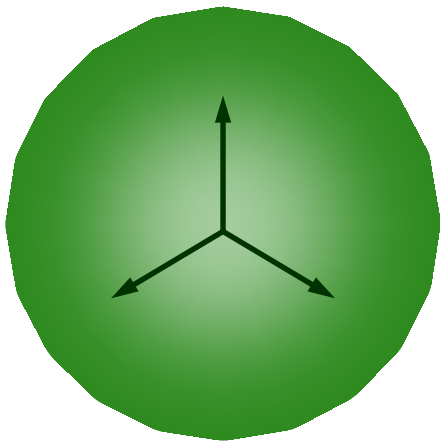


フォースクロージャの判定②

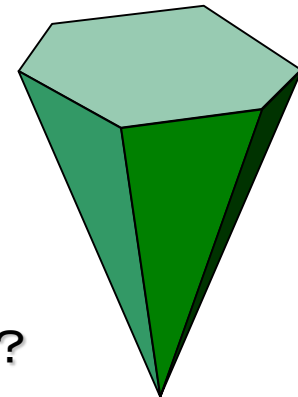
$$R_1^1 w_1^1 + R_1^2 w_1^2 + R_2^1 w_2^1 + R_2^2 w_2^2 = -p \quad \text{より}$$

$$R_1^1 \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + R_1^2 \begin{bmatrix} -1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^1 \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^2 \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 1/2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix}$$

F_x, F_y, M は任意であるので p の集合は三次元空間全体



三次元空間全体は凸多面錐か？

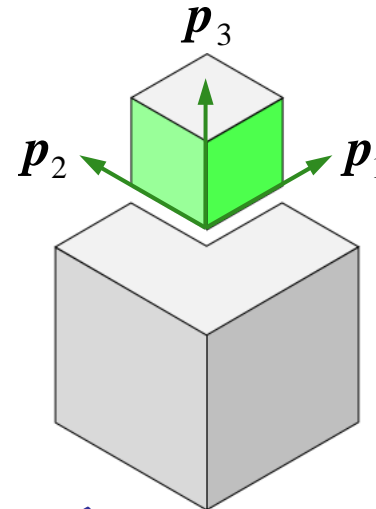


フォースクローージャの判定③

凸多面錐ならば次のように表せる

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} = \sum_k \alpha_k \mathbf{p}_k, \quad \alpha_k \geq 0$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} &= \alpha_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \alpha_4 \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \\ &= \alpha_1 \mathbf{p}_1 + \alpha_2 \mathbf{p}_2 + \alpha_3 \mathbf{p}_3 + \alpha_4 \mathbf{p}_4 \\ &\quad \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \geq 0 \end{aligned}$$



三次元空間全体を切り分けます。まずは上の緑の領域を切り出します。この領域内は、以下のように表すことができます。

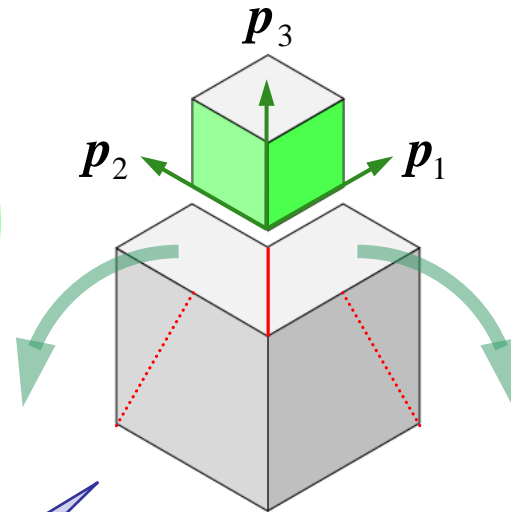
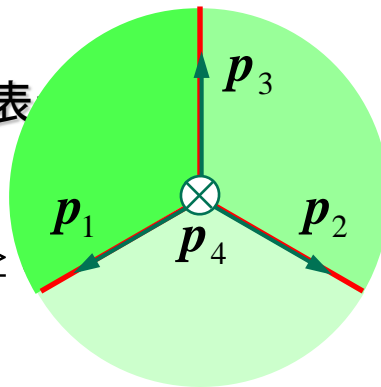
$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} = \alpha_1 \mathbf{p}_1 + \alpha_2 \mathbf{p}_2 + \alpha_3 \mathbf{p}_3$$
$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \geq 0$$



フォースクローージャの判定④

凸多面錐ならば次のように表

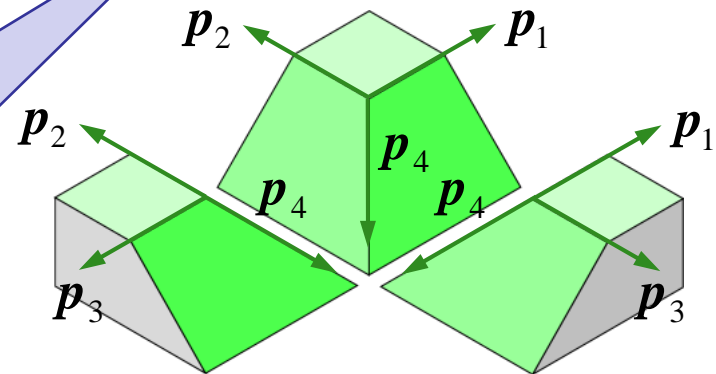
$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} = \sum_k \alpha_k \mathbf{p}_k, \quad \alpha_k \geq 0$$



$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} = \alpha_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \alpha_4 \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$= \alpha_1 \mathbf{p}_1 + \alpha_2 \mathbf{p}_2 + \alpha_3 \mathbf{p}_3 + \alpha_4 \mathbf{p}_4$$

$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \geq 0$$



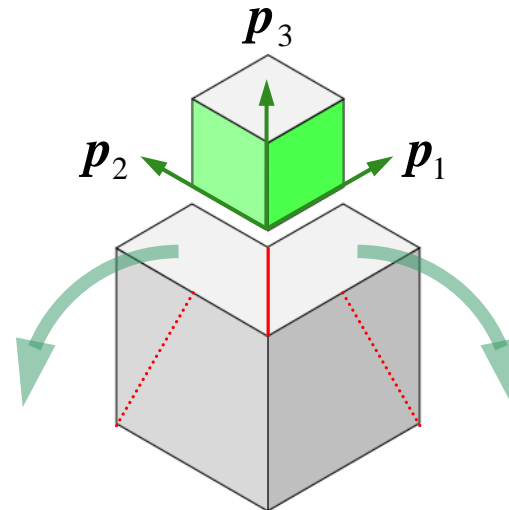
残った領域を、 p_4 を中心にして三つに切り分けると、右のようになります。



フォースクロージャの判定⑤

凸多面錐ならば次のように表せる

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} = \sum_k \alpha_k \mathbf{p}_k, \quad \alpha_k \geq 0$$

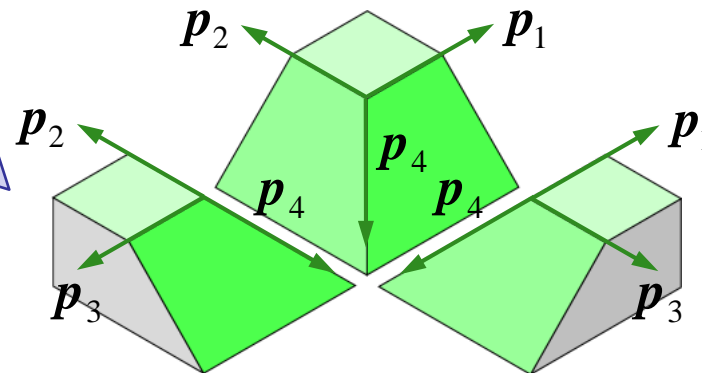


F_x	1	0	0	-1
-------	---	---	---	----

右図左側の領域内は、以下のように表すことができます。

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} = \alpha_2 \mathbf{p}_2 + \alpha_3 \mathbf{p}_3 + \alpha_4 \mathbf{p}_4$$

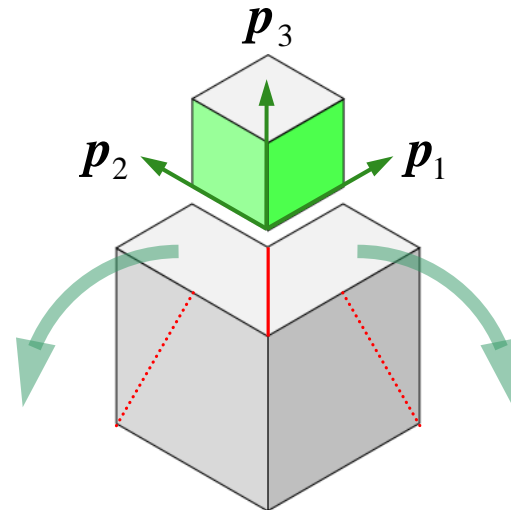
$$\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \geq 0$$



フォースクロージャの判定⑥

凸多面錐ならば次のように表せる

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} = \sum_k \alpha_k \mathbf{p}_k, \quad \alpha_k \geq 0$$

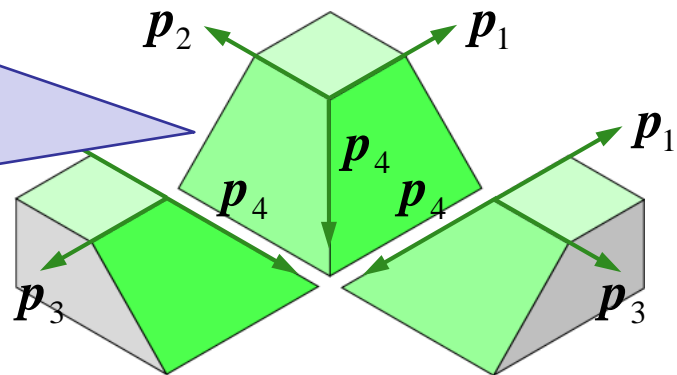


$$\begin{array}{|c|} \hline F_x \\ \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline 0 \\ \hline -1 \\ \hline \end{array}$$

右図中央の領域内は、以下のように表すことができます。

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} = \alpha_1 \mathbf{p}_1 + \alpha_2 \mathbf{p}_2 + \alpha_4 \mathbf{p}_4$$

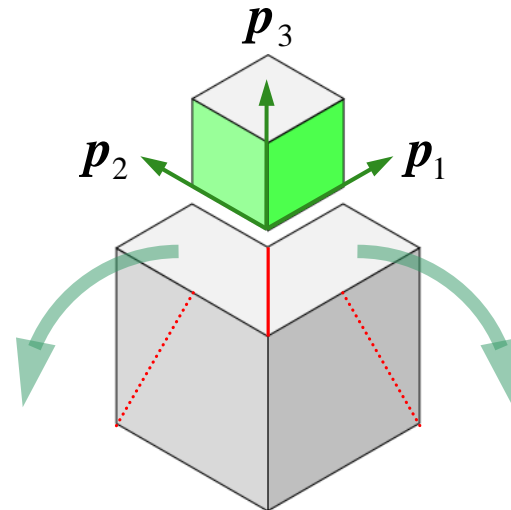
$$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_4 \geq 0$$



フォースクロージャの判定⑦

凸多面錐ならば次のように表せる

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} = \sum_k \alpha_k \mathbf{p}_k, \quad \alpha_k \geq 0$$

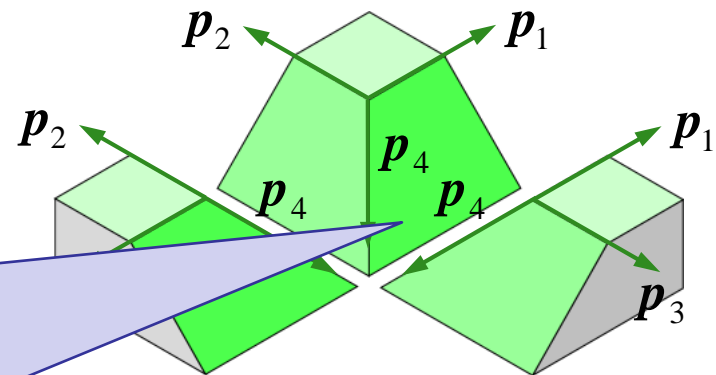


F_x	1	0	0	-1
-------	---	---	---	----

右図右側の領域内は、以下のように表すことができます。

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} = \alpha_1 \mathbf{p}_1 + \alpha_3 \mathbf{p}_3 + \alpha_4 \mathbf{p}_4$$

$$\alpha_1, \alpha_3, \alpha_4 \geq 0$$



フォースクローージャの判定⑧

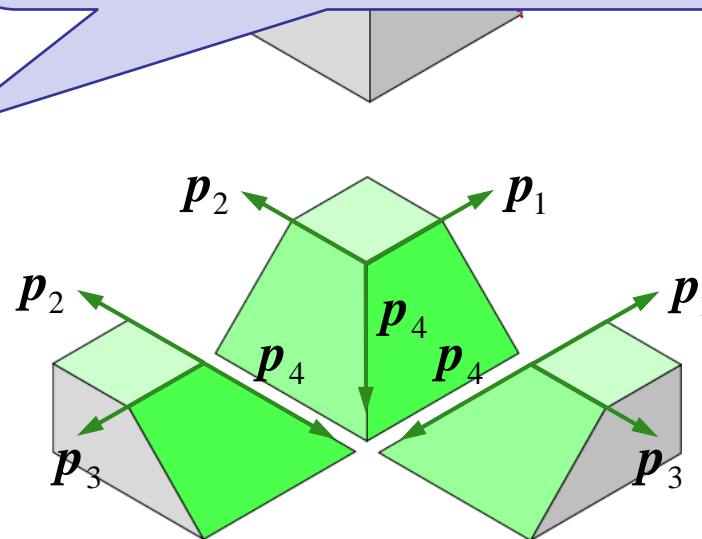
凸多面錐ならば次のように表せる

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} = \sum_k \alpha_k \mathbf{p}_k, \quad \alpha_k \geq 0$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ M \end{bmatrix} &= \alpha_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \alpha_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} + \alpha_4 \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \\ &= \alpha_1 \mathbf{p}_1 + \alpha_2 \mathbf{p}_2 + \alpha_3 \mathbf{p}_3 + \alpha_4 \mathbf{p}_4 \\ &\quad \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \geq 0 \end{aligned}$$

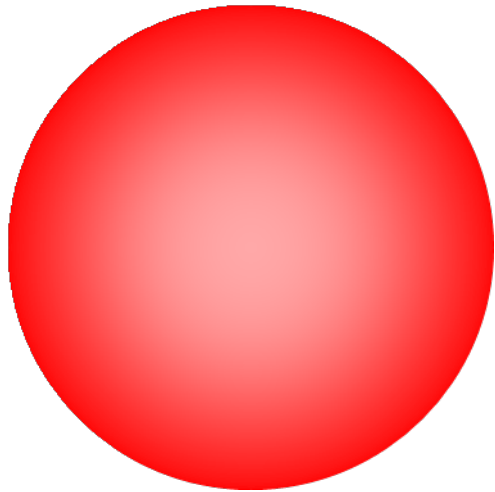
よって、三次元空間全体は凸多面錐

以上のことから、三次元空間全体は、この式で表すことができます。この式で表されるということは、凸多面錐ということになります。イメージとは異なりますが、三次元空間全体も、 \mathbf{p}_1 、 \mathbf{p}_2 、 \mathbf{p}_3 、 \mathbf{p}_4 を稜線ベクトルとする凸多面錐と言えます。

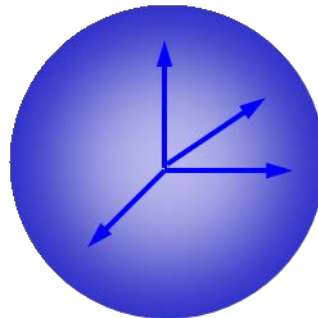


フォースクロージャの判定⑨

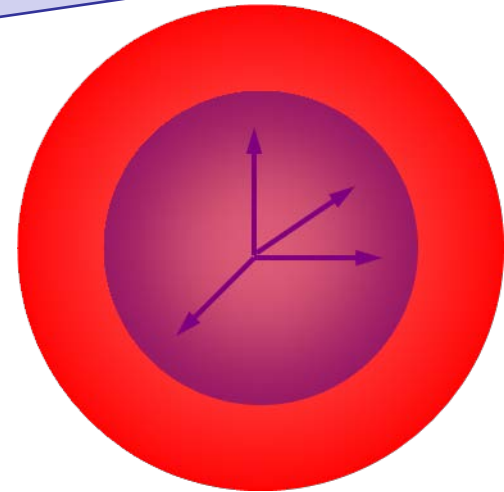
外力 $-p$ の取り得る領域が三次元空間全体の時、許容力集合がその三次元空間を包含すれば把持可能となりますが、そうなるためには、稜線ベクトル $-p_1$ 、 $-p_2$ 、 $-p_3$ 、 $-p_4$ が許容力集合に含まれればよいことになります。



許容力集合



外力 $-p$ の取りうる領域



全ての稜線ベクトルが許容力集合に含まれればよい

フォースクロージャの判定⑩

$$-p_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, -p_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, -p_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, -p_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{が許容力集合に含まれるか否か?}$$

$$-p_1 \text{について: } R_1^1 \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + R_1^2 \begin{bmatrix} -1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^1 \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^2 \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 1/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$R_1^1, R_1^2, R_2^1, R_2^2 \geq 0$ であるためには、

$$R_1^1 \geq 0, \quad R_1^2 = R_1^1 + 1 \geq 0, \quad R_2^1 = R_1^1 \geq 0, \quad R_2^2 = R_1^1 + 1 \geq 0$$

が満たされなくてはならない

$$\therefore R_1^1 \geq 0 \quad -p_1 \text{は許容力集合に含まれる}$$



フォースクロージャの判定⑪

$$-p_2 \text{ について: } R_1^1 \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + R_1^2 \begin{bmatrix} -1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^1 \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^2 \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 1/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$R_1^1, R_1^2, R_2^1, R_2^2 \geq 0$ であるためには、

$$R_1^1 \geq 0, \quad R_1^2 = R_1^1 \geq 0, \quad R_2^1 = R_1^1 - \frac{1}{2} \geq 0, \quad R_2^2 = R_1^1 - \frac{1}{2} \geq 0$$

が満たされなくてはならない

$$\therefore R_1^1 \geq \frac{1}{2} \quad -p_2 \text{ は許容力集合に含まれる}$$



フォースクロージャの判定⑫

$$-p_3 \text{ について: } R_1^1 \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + R_1^2 \begin{bmatrix} -1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^1 \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^2 \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 1/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$R_1^1, R_1^2, R_2^1, R_2^2 \geq 0$ であるためには、

$$R_1^1 \geq 0, \quad R_1^2 = R_1^1 + 1 \geq 0, \quad R_2^1 = R_1^1 + 1 \geq 0, \quad R_2^2 = R_1^1 \geq 0$$

が満たされなくてはならない

$$\therefore R_1^1 \geq 0 \quad -p_3 \text{ は許容力集合に含まれる}$$



フォースクロージャの判定⑬

$$-p_4 \text{ について: } R_1^1 \begin{bmatrix} 1/2 \\ -1 \\ 1/2 \end{bmatrix} + R_1^2 \begin{bmatrix} -1/2 \\ -1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^1 \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^2 \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ 1/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$R_1^1, R_1^2, R_2^1, R_2^2 \geq 0$ であるためには、

$$R_1^1 \geq 0, \quad R_1^2 = R_1^1 - 2 \geq 0, \quad R_2^1 = R_1^1 - \frac{1}{2} \geq 0, \quad R_2^2 = R_1^1 - \frac{1}{2} \geq 0$$

が満たされなくてはならない

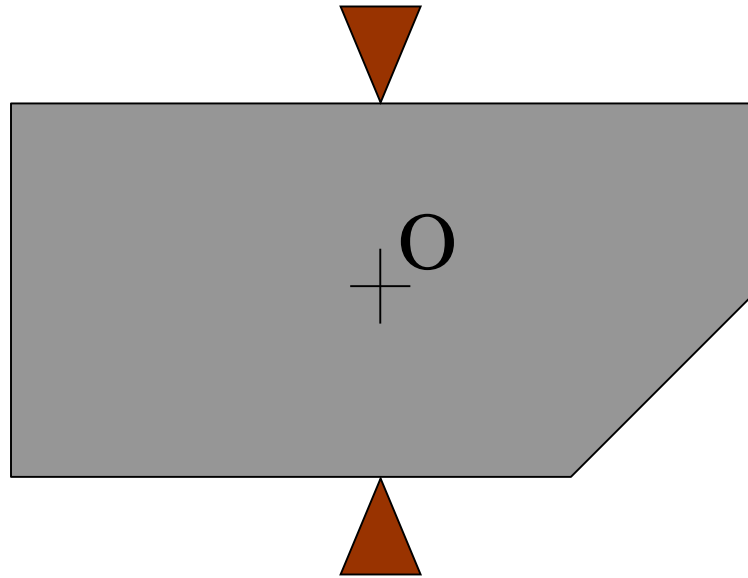
$$\therefore R_1^1 \geq 2 \quad -p_4 \text{ は許容力集合に含まれる}$$

$$-p_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, -p_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, -p_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, -p_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ は全て許容力集合に含まれる}$$

→フォースクロージャ



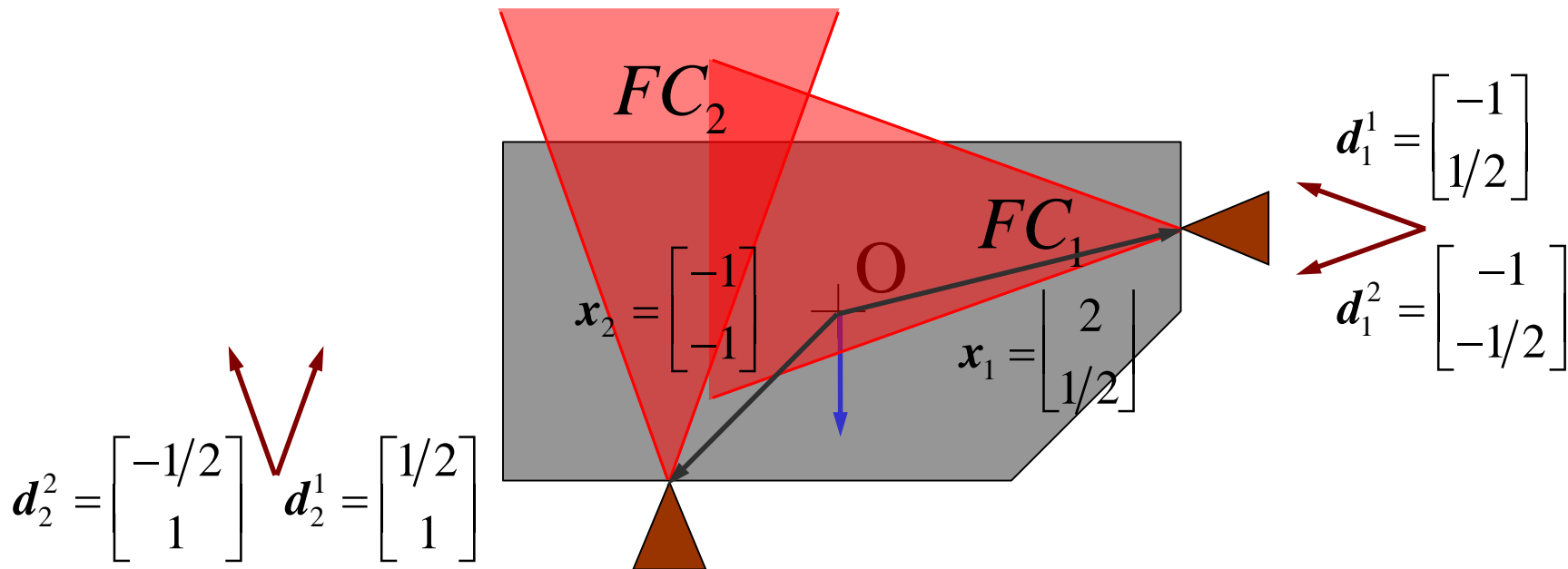
フォースクロージャの判定⑭



→フォースクロージャ



フォースクロージャの判定⑮



三次元ベクトル w_i^j :

$$w_i^j = \begin{bmatrix} d_i^j \\ x_i \times d_i^j \end{bmatrix} \text{ より } w_1^1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 3/2 \end{bmatrix}, w_1^2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}, w_2^1 = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix}, w_2^2 = \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ -3/2 \end{bmatrix}$$



フォースクロージャの判定⑬

$$-p_1 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, -p_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, -p_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, -p_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ が許容力集合に含まれるか否か？}$$

$$-p_1 \text{ について: } R_1^1 \begin{bmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 3/2 \end{bmatrix} + R_1^2 \begin{bmatrix} -1 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^1 \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^2 \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ -3/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$R_1^1, R_1^2, R_2^1, R_2^2 \geq 0$ であるためには、

$$R_1^1 = \frac{1}{3} \geq 0, \quad R_1^2 \geq 0, \quad R_2^1 = \frac{5}{4} R_1^2 - \frac{3}{4} \geq 0, \quad R_2^2 = -\frac{3}{4} R_1^2 + \frac{7}{12} \geq 0$$

が満たされなくてはならない

$$R_1^2 \geq 0 \text{ かつ } R_1^2 \geq \frac{3}{5} \text{ かつ } R_1^2 \leq \frac{7}{9} \quad \therefore \frac{3}{5} \leq R_1^2 \leq \frac{7}{9}$$

$-p_1$ は許容力集合に含まれる



フォースクロージャの判定⑱

$$-p_2 \text{ について: } R_1^1 \begin{bmatrix} -1 \\ 1/2 \\ 3/2 \end{bmatrix} + R_1^2 \begin{bmatrix} -1 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^1 \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1 \\ -1/2 \end{bmatrix} + R_2^2 \begin{bmatrix} -1/2 \\ 1 \\ -3/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$R_1^1, R_1^2, R_2^1, R_2^2 \geq 0$ であるためには、

$$R_1^1 = -\frac{1}{3}, \quad R_1^2 \geq 0, \quad R_2^1 = \frac{5}{4} R_1^2 - \frac{3}{4} \geq 0, \quad R_2^2 = -\frac{3}{4} R_1^2 - \frac{1}{12} \geq 0$$

が満たされなくてはならない

$$R_1^2 \geq 0 \text{ かつ } R_1^2 \geq \frac{3}{5} \text{ かつ } R_1^2 \leq -\frac{1}{9}$$

$-p_2$ は許容力集合に含まれない

三次元空間全体を包含する多面錐の稜線ベクトルが許容力集合に含まれない

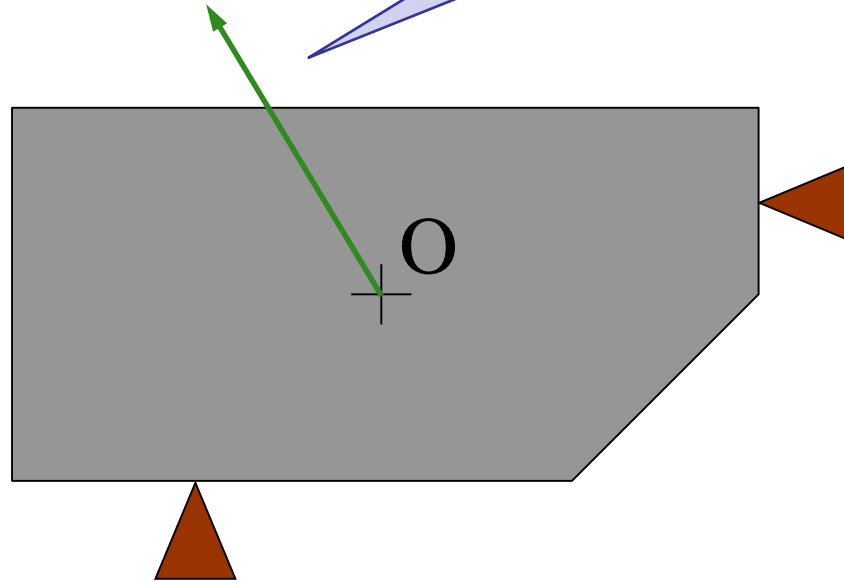


許容力集合は三次元空間全体を包含しない



フォースクローージャの判定⑱

この場合、緑色のベクトルの方向に力を加えると、運動物体が動いてしまうことが予想されます。



→フォースクローージャではない

フォースクロージャの判定⑱

$$\exists R_i^j \geq 0 \quad \text{s.t.} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m R_i^j \mathbf{w}_i^j = -\mathbf{p}_k \quad \text{が満たされるか?}$$

二次元の場合:

$$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

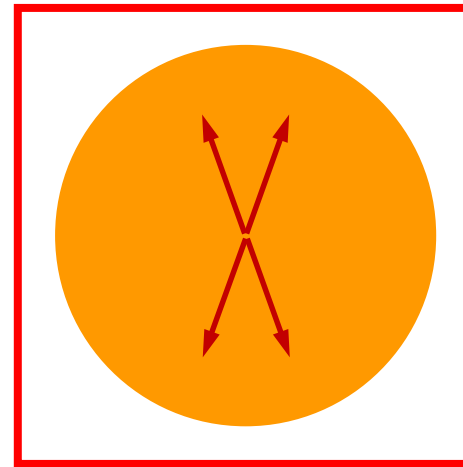
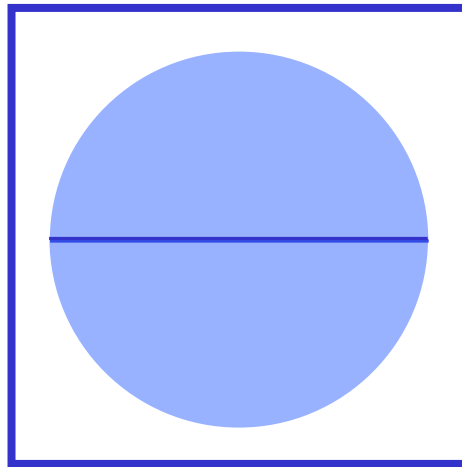
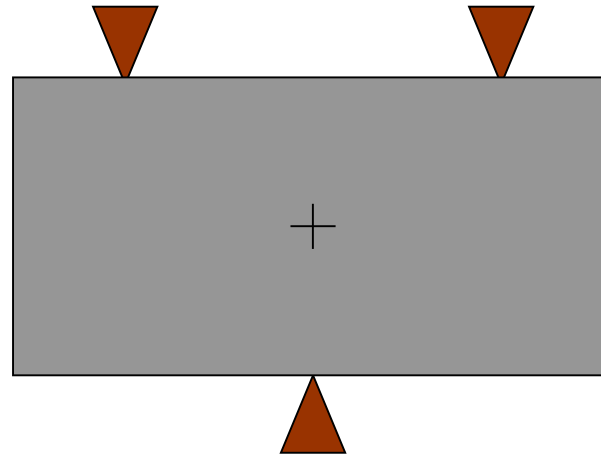
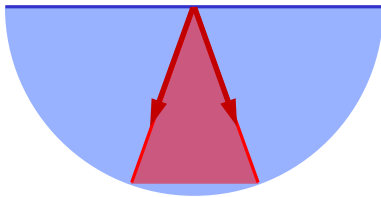
三次元の場合:

$$\mathbf{p}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_7 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$



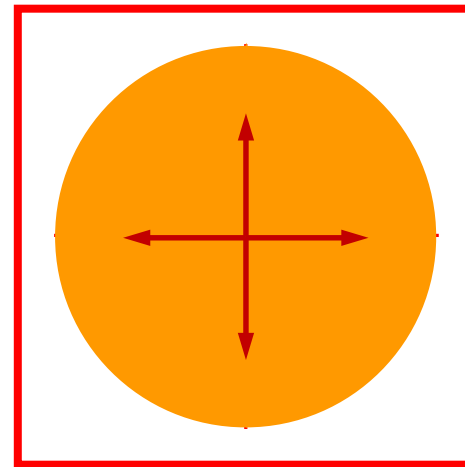
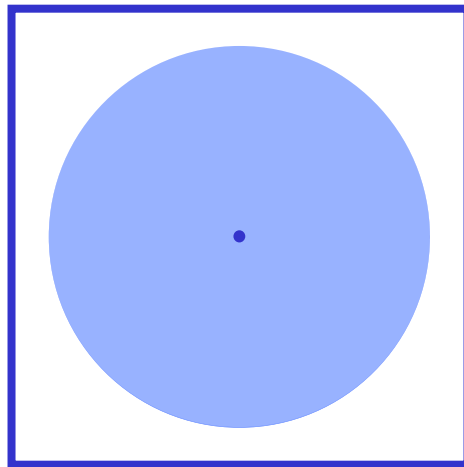
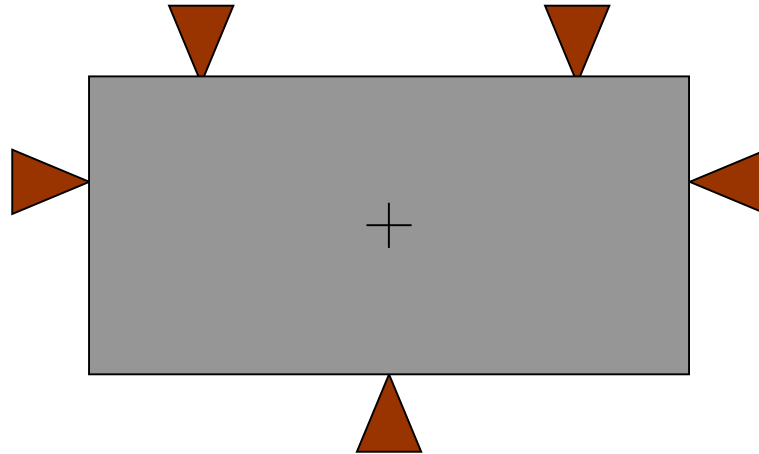
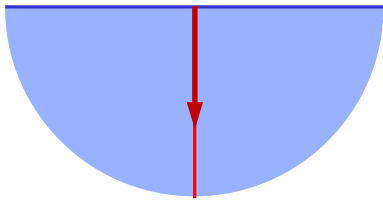
フォームクローザとフォースクローザ①

- 摩擦が存在する場合



フォームクローザとフォースクローザ②

- 摩擦が存在しない場合



4章・6章・7章のまとめ

ハンドリング:

機械的接触→単方向制約「押せるけど引けない」

→半平面／半空間で表現される

半平面／半空間の重ね合わせ→凸多面錐

摩擦錐、許容速度集合、許容力集合

力／モーメントが凸多面錐に含まれるか否か？→安定性評価

