ハンドリング工学特論

大阪大学大学院 工学研究科 マテリアル生産科学専攻
システムインテグレーション講座
生産システムインテグレーション領域
若松　栄史

物体表面の変形

柔軟物体のハンドリング

- 剛体のハンドリングとの相違点
  - 柔軟物体の予期しない変形による作業の失敗
  - 柔軟物体の変形を利用した特徴的作業方策（紙めくり、紐結び）
- 現状

特定の作業に特化した作業方策・経験的に得られた作業方策
「何故そんな方策を選択したのか？」
「他にもっと効率的な方策はないのか？」

- 必要とされるもの

柔軟物のモデリング
「どう掴んだらどう変形するの？」

柔軟物のハンドリング手法
「どう掴んだらうまくハンドリングできるの？」

機械的インピーダンスとは

インピーダンス（impedance）

「抵抗」「妨げるもの」の意。電気回路における抵抗、コンデンサ、コイルは電気的インピーダンスにあたる。

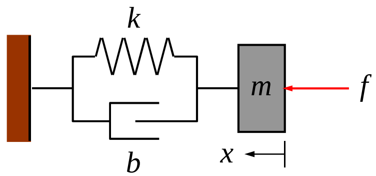
$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C}\int idt = E$$

$$q = \int idt \quad \text{とおくと} \quad L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{1}{C}q = E$$

機械的インピーダンス（mechanical impedance）:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + kx = f$$

インピーダンスモデル：弾性／粘性／慣性



$$m\ddot{x}+b\dot{x}+kx=f$$

$f(t)$ のラプラス変換を $F(s)$ 、
$\dot{x}(t)=v(t)$ のラプラス変換を$V(s)$ とすると

$$F(s)=msV(s)+bV(s)+\frac{k}{s}V(s)=\left(\frac{ms^2+bs+k}{s}\right)V(s)$$

インピーダンスモデルのインパルス応答①

$$\frac{V(s)}{F(s)}=G(s)=\frac{s}{ms^2+bs+k}$$ ：伝達関数

インパルス $f(t)=F_0\delta(t)$ に対する応答を求めると $L[\delta(t)]=1$ より

$$V(s)=\frac{F_0 s}{ms^2+bs+k}$$

※逆ラプラス変換：

$$L^{-1}\left[\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}\right]=e^{-at}\sin\omega t,\ L^{-1}\left[\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}\right]=e^{-at}\cos\omega t$$

インピーダンスモデルのインパルス応答②

$$V(s)=\frac{F_0 s}{ms^2+bs+k}=\frac{F_0}{m}\frac{s}{\left(s^2+\frac{b}{m}s+\boxed{\frac{b^2}{4m^2}}\right)+\frac{k}{m}\boxed{-\frac{b^2}{4m^2}}}$$

$$=\frac{F_0}{m}\frac{s}{\left(s+\frac{b}{2m}\right)^2+\frac{4mk-b^2}{4m^2}}$$

$$\lambda=\frac{b}{2m},\quad \omega=\frac{\sqrt{4mk-b^2}}{2m}$$ とおくと

$$V(s)=\frac{F_0}{m}\left\{\frac{s\boxed{+\lambda}}{(s+\lambda)^2+\omega^2}-\frac{\lambda\frac{1}{\omega}\cdot\omega}{(s+\lambda)^2+\omega^2}\right\}$$

インピーダンスモデルのインパルス応答③

$$V(s)=\frac{F_0}{m}\left\{\boxed{\frac{s+\lambda}{(s+\lambda)^2+\omega^2}}-\frac{\lambda\frac{1}{\omega}\,\omega}{(s+\lambda)^2+\omega^2}\right\}$$

逆ラプラス変換より

$$v(t)=\frac{F_0}{m}\left\{e^{-\lambda t}\cos\omega t-\frac{\lambda}{\omega}e^{-\lambda t}\sin\omega t\right\}$$

$$A=\frac{F_0}{m\omega}$$ とおくと

$$v(t)=A\omega e^{-\lambda t}\cos\omega t-A\lambda e^{-\lambda t}\sin\omega t$$

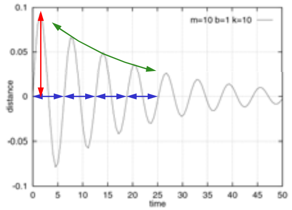
インピーダンスモデルのインパルス応答④

$$v(t) = A\omega e^{-\lambda t}\cos\omega t - A\lambda e^{-\lambda t}\sin\omega t$$

$$x(t) = Ae^{-\lambda t}\sin\omega t \quad \text{より} \quad \dot{x}(t) = v(t)$$

$$A = \frac{2F_0}{\sqrt{4mk - b^2}}, \quad \lambda = \frac{b}{2m}, \quad \omega = \frac{\sqrt{4mk - b^2}}{2m}$$

振幅　減衰率　角周波数



レオロジーモデル①

- インピーダンスモデル

→力を作用させるのを止めると（時間が経てば）形状が初期状態に戻る

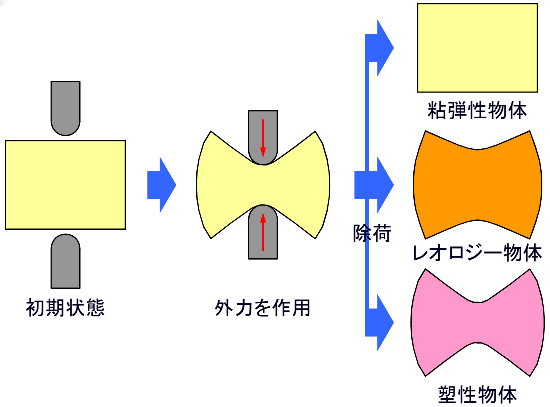
- 食品生地やペースト、生体組織

→力の作用がなくなっても形状が自然状態に戻らない場合も多い

レオロジー（rheology）

物質の変形と流動を対象とする工学の一分野であり、食品、塗料、油脂、ゴム等の力学的性質を調べて記述することが中心的な課題の一つ

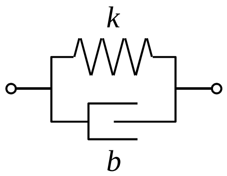
レオロジーモデル②



フォークトモデル

フォークトモデル（Voigt model）

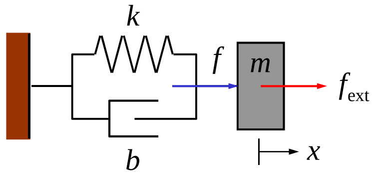
バネとダンパーが並列に結合されているモデル



力：

変位：

フォークトモデルの挙動①



運動方程式：

$$m\ddot{x} = f + f_{\mathrm{ext}}$$

ただし $f = -kx - b\dot{x}$

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = \boxed{\qquad\qquad} \end{cases}$$

→ルンゲクッタ法等の数値解法を適用可能

補足：微分方程式の数値解法

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = \boxed{\qquad\qquad} \end{cases}$$

$v(t_0),\ x(t_0)$ が与えられれば、$\dot{v}(t_0),\ \dot{x}(t_0)$ を求めることができる。

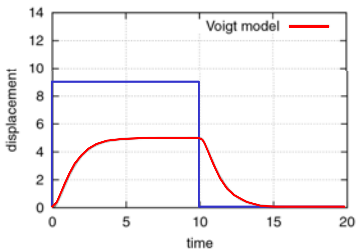
$t = t_0 + \Delta t$ における $v,\ x$ を予測する。

$$v(t_0 + \Delta t) = v(t_0) + \boxed{\qquad\qquad}$$

$$x(t_0 + \Delta t) = x(t_0) + \boxed{\qquad\qquad}$$

（Euler法の場合）

フォークトモデルの挙動②

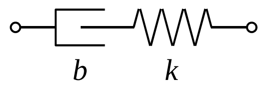


フォークトモデル：
一定の力が加えられている限り、変形量は有限の一定値に近付く
力が0になると、変形量は0に近付く

マックスウェルモデル

マックスウェルモデル（Maxwell model）

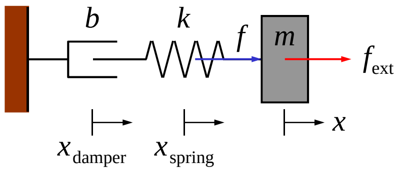
バネとダンパーが直列に結合されているモデル



力：$\boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad}$

変位：$\boxed{\qquad\qquad\qquad\qquad}$

マックスウェルモデルの挙動①



運動方程式: $m\ddot{x} = f + f_{ext}$

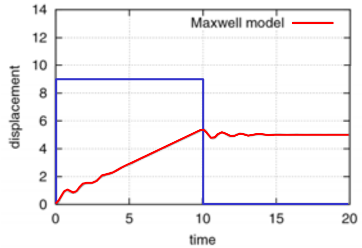
ただし

$$f = -kx_{spring} = -b\dot{x}_{damper}$$

$$x = x_{spring} + x_{damper}$$

$$\begin{cases} \dot{x} = v \\ \dot{v} = \boxed{} \\ \boxed{} \end{cases}$$

マックスウェルモデルの挙動②

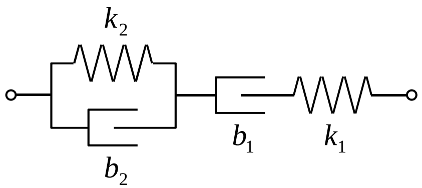


マックスウェルモデル:
力が加えられている限り、変形量は増え続ける
外力が0になると、変形が増加する速度はほぼ0になる

四要素モデル

四要素モデル(four-element model)

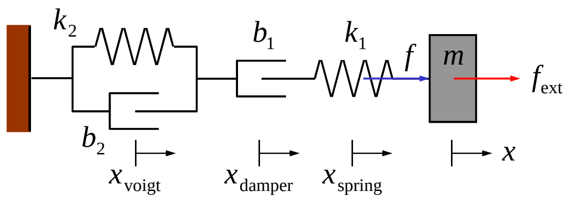
フォークトモデルとマックスウェルモデルが直列に結合されているモデル



力:

変位:

四要素モデルの挙動①



運動方程式: $m\ddot{x} = f + f_{ext}$

ただし

$$x = x_{spring} + x_{damper} + x_{voigt}$$

$$f = -k_1 x_{spring} = -b_1 \dot{x}_{damper} = -k_2 x_{voigt} - b_2 \dot{x}_{voigt}$$

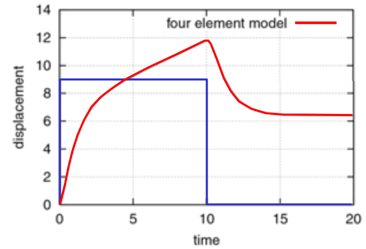
四要素モデルの挙動②

一階の微分方程式系:

$$\dot{x} = v$$

$$\dot{v} =$$

四要素モデルの挙動③



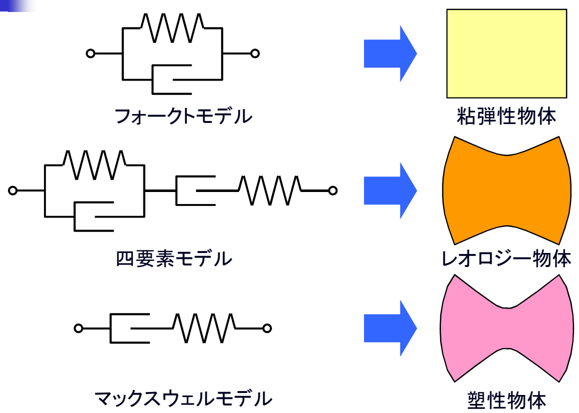
四要素モデル:

フォークトモデルとマックスウェルモデルの変形特性を併せ持つ

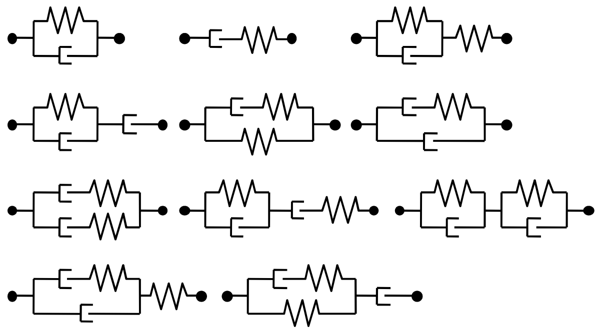
外力が加わると変形量は単調に増加するが、変形速度は徐々に減少し、一定の値に達する

外力が0になると変形量は減少するが、変形は残る

各モデルが表現できる物体



さまざまなレオロジーモデル



対象物に応じて適切なレオロジーモデルを選択する必要がある